

**МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ  
«РОСТОВСКИЙ-НА-ДОНУ КОЛЛЕДЖ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ,  
ИНФОРМАЦИОННЫХ И ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»  
(ГБПОУ РО «РКРИПТ»)**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ  
ПРАКТИЧЕСКИХ (ЛАБОРАТОРНЫХ) РАБОТ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**ООД.04 МАТЕМАТИКА**

**Специальность:**

11.02.16 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт электронных приборов и устройств

**Квалификация выпускника:**

Специалист по электронным приборам и устройствам

**Форма обучения: очная**

Ростов-на-Дону  
2023

СОГЛАСОВАНО

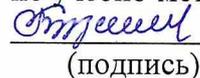
Начальник методического отдела

 Н.В. Вострякова  
(подпись)

«27» марта 2023

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора  
по учебно-методической работе

 С.А. Будасова  
(подпись)

«28» марта 2023

ОДОБРЕНО

Цикловой комиссией физико-  
математических и общих есте-  
ственнаучных дисциплин

Протокол № 7 от «22» 03  
2023

Председатель ЦК

 О.Б. Петрикина

Методические указания по выполнению практических (лабораторных) работ разработаны в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины ООД.04 Математика для специальности 11.02.16 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт электронных приборов и устройств.

**Разработчик(и):**

**Сельцина Н.В.** – преподаватель высшей квалификационной категории  
ГБПОУ РО «РКРИПТ»

**Рецензенты:**

**Кузнецова Е.О.** –преподаватель высшей квалификационной категории  
ГБПОУ РО «РКРИПТ»

**Степанец В.В.** – преподаватель высшей квалификационной категории  
ГБПОУ РО «РКСИ»

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	стр 4
1. Практическая работа №1.....	стр 8
2. Практическая работа №2.....	стр 12
3. Практическая работа №3.....	стр 15
4. Практическая работа №4.....	стр 20
5. Практическая работа №5.....	стр 24
6. Практическая работа №6.....	стр 28
7. Практическая работа №7.....	стр 31
8. Практическая работа №8.....	стр 35
9. Практическая работа №9.....	стр 39
10. Практическая работа №10.....	стр 43
11. Практическая работа №11.....	стр 46

## Введение

Лабораторные и практические занятия по учебной дисциплине ООД 04 Математика

составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки и направлены на подтверждение теоретических положений и формирование практических умений и практического опыта:

ОК.01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК.02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК. 03 Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ОК. 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ОК. 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста

ОК. 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения

ОК. 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

ОК.08 Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности

ОК.09 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Профессиональные компетенции:

ПК.1.1 Осуществлять сборку, монтаж и демонтаж электронных приборов и устройств в соответствии с требованиями технической документации.

ПК.1.2 Осуществлять сборку, монтаж и демонтаж электронных приборов и устройств и их настройку и регулировку в соответствии с требованиями технической документации и с учетом требований технических условий

Лабораторные и практические занятия относятся к основным видам учебных занятий.

Выполнение студентами лабораторных и практических работ направлено:

- на обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин;
- формирование умений применять полученные знания на практике;
- реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений (аналитических, проектировочных, конструкторских и др.) у будущих специалистов;
- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Ведущей дидактической целью лабораторных занятий является экспериментальное подтверждение и проверка существенных теоретических положений (законов, зависимостей).

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование практических умений – профессиональных (выполнять определенные действия, операции, необходимые в последующем в профессиональной деятельности) или учебных (решать задачи по математике, физике, химии, информатике и др.), необходимых в последующей учебной деятельности.

Содержанием лабораторных работ по дисциплине /профессиональному модулю являются экспериментальная проверка формул, методик расчета, установление и подтверждение закономерностей, ознакомление с методиками проведения экспериментов, установление свойств веществ, их качественных и количественных характеристик, наблюдение развития явлений, процессов и др. В ходе выполнения заданий у студентов формируются практические умения и навыки обращения с различными приборами, установками, лабораторным оборудованием, аппаратурой, которые могут составлять часть профессиональной практической подготовки, а также исследовательские умения (наблюдать, сравнивать, анализировать, устанавливать зависимости, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследование, оформлять результаты).

Содержанием практических занятий по дисциплине /профессиональному модулю являются решение разного рода задач, в том числе профессиональных (анализ производственных ситуаций, решение ситуационных производственных задач, выполнение профессиональных функций в деловых играх и т.п.), выполнение вычислений, расчетов, чертежей, работа с измерительными приборами, оборудованием, аппаратурой, работа с нормативными документами, инструктивными материалами, справочниками, составление проектной, плановой и другой технической и специальной документации и другое.

Содержание практических, лабораторных занятий охватывают весь круг профессиональных умений, на подготовку к которым ориентирована данная дисциплина/профессиональный модуль, которые в дальнейшем

закрепляются и совершенствуются в процессе курсового проектирования, практикой по профилю специальности и преддипломной практикой.

Лабораторные занятия проводятся в специально оборудованных учебных лабораториях. Практическое занятие должно проводиться в учебных кабинетах или специально оборудованных помещениях (площадках). Продолжительность занятия – не менее 2-х академических часов. Необходимыми структурными элементами занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также организация обсуждения итогов выполнения работы.

Все студенты, связанные с работой в лаборатории, обязаны пройти инструктаж по безопасному выполнению работ, о чем расписываются в журнале инструктажа по технике безопасности.

Выполнению лабораторных и практических работ предшествует проверка знаний студентов, их теоретической готовности к выполнению задания.

Лабораторные и практические работы студенты выполняют под руководством преподавателя. При проведении лабораторных и практических занятий учебная группа может делиться на подгруппы численностью не менее 8 человек. Объем заданий для лабораторных и практических занятий спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть выполнены качественно большинством студентов.

Формы организации работы обучающихся на лабораторных работах и практических занятиях: фронтальная, групповая и индивидуальная.

При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу. При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется бригадами по 2 - 5 человек. При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.

Отчет по практической и лабораторной работе представляется в печатном виде в формате, предусмотренном шаблоном отчета по практической, лабораторной работе. Защита отчета проходит в форме доклада обучающегося по выполненной работе и ответов на вопросы преподавателя.

Оценки за выполнение лабораторных работ и практических занятий могут выставляться по пятибалльной системе или в форме зачета и учитываться как показатели текущей успеваемости студентов.

#### **Критерии оценки лабораторных, практических работ.**

**Оценка «5»** ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи,

таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

**Оценка «4»** ставится, если выполнены требования к оценке «5», но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

**Оценка «3»** ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

**Оценка «2»** ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

# ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1

## Построение графиков тригонометрической функции

**1. Цель занятия:** научиться строить графики тригонометрических функций, читать свойства тригонометрических функций по их графикам, выполнять преобразования графиков.

### 2. Перечень справочной литературы:

2.1. Конспект

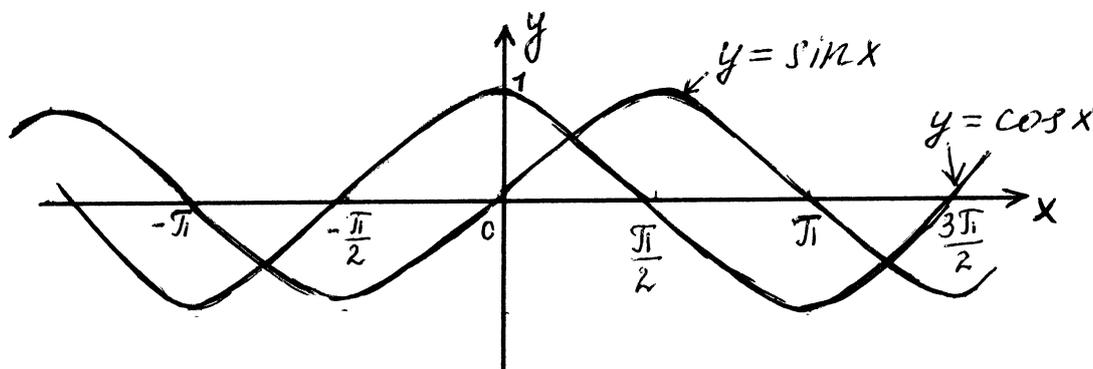
2.2. Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия: Учебник для СПО.- М.: Академия, 2019(Основное печатное издание – ОПИ 1.).

2.3 Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Сборник задач профильной направленности: Учебное пособие для СПО.- М.: Академия, 2019.- 208с. (Основное печатное издание – ОПИ 2.).

### 3. Краткие теоретические сведения:

$y = \sin x$  (график - синусоида)

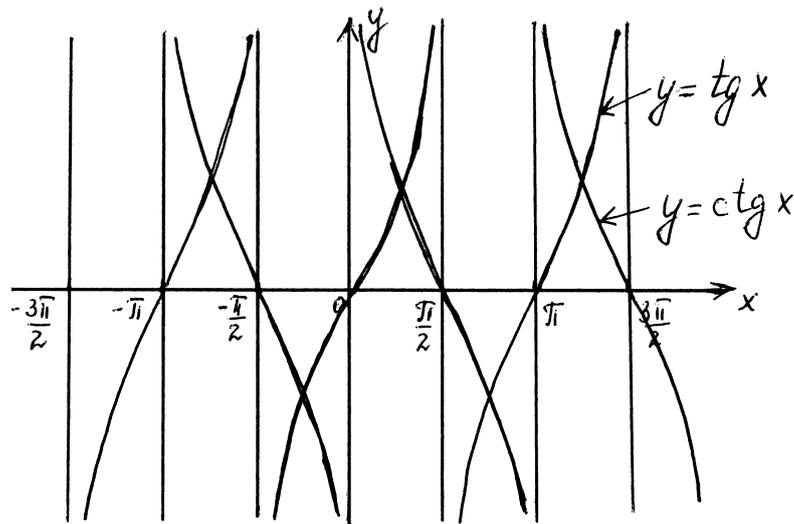
$y = \cos x$  (график - косинусоида)



Так выглядит осциллограмма тока (зависимость мгновенных значений тока от времени).

$y = \operatorname{tg} x$

$y = \operatorname{Ctg} x$



Преобразование графиков.

Графики следующих функций получаются из графика функции

$$y = \sin x \quad (k \in \mathbb{N}):$$

$$y = k \sin x - \text{растяжением вдоль оси } Oy \text{ в } k \text{ раз.}$$

$$y = \frac{1}{k} \sin x - \text{сжатием вдоль оси } Oy \text{ в } k \text{ раз.}$$

$$y = \sin kx - \text{сжатием вдоль оси } Ox \text{ в } k \text{ раз.}$$

$$y = \sin \frac{x}{k} - \text{растяжением вдоль оси } Ox \text{ в } k \text{ раз.}$$

$$y = \sin(x+k) - \text{сдвигом вдоль оси } Ox \text{ на } k \text{ единиц влево.}$$

$$y = \sin(x-k) - \text{сдвигом вдоль оси } Ox \text{ на } k \text{ единиц вправо.}$$

$$y = \sin x + k - \text{сдвигом вдоль оси } Oy \text{ на } k \text{ единиц вверх.}$$

$$y = \sin x - k - \text{сдвигом вдоль оси } Oy \text{ на } k \text{ единиц вниз.}$$

Аналогичны преобразования для графиков функций  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ .

### Примеры решения задач:

#### Задание 1.

Построить график функции  $y = 3 \sin x$ , используя график, указать:

- наибольшее и наименьшее значение функции;
- интервалы возрастания и убывания функции;
- нули функции.

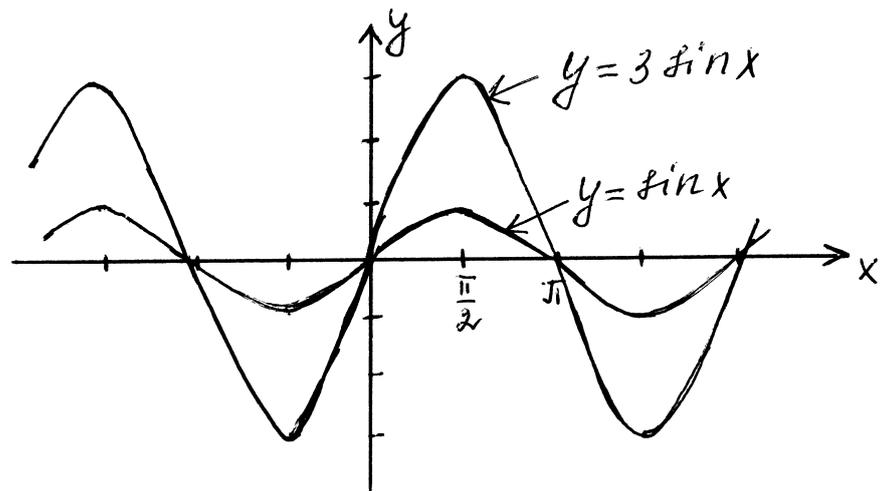


График  $y = 3 \sin x$  получается из графика функции  $y = \sin x$  путем растяжения его вдоль оси  $Oy$  в 3 раза.

а)  $y_{\max} = 3$  при  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$y_{\min} = -3$  при  $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) функция возрастает на  $(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$ ,

убывает на  $(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$

в)  $y = 0$  при  $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Задание 2.

Построить график функции  $y = \cos x - 2$  и указать:

а) область определения и множество значений функции;

б) период функции;

в) ось симметрии.

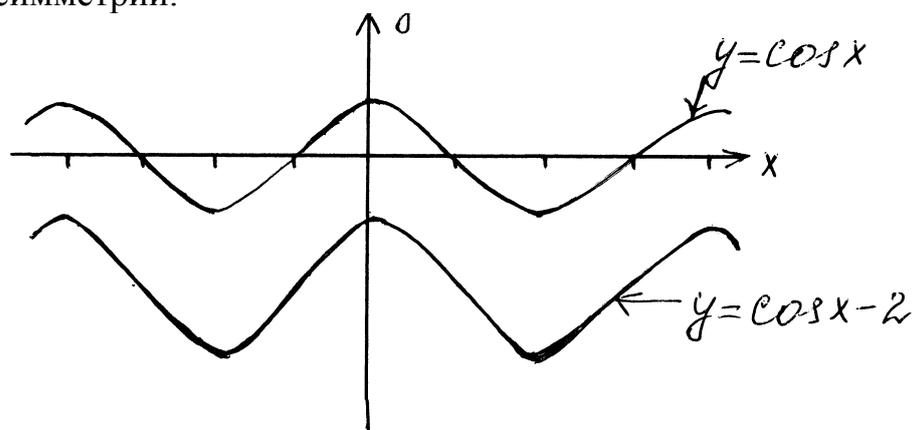


График функции  $y = \cos x - 2$  получается из графика функции  $y = \cos x$  сдвигом его на 2 единицы вниз вдоль оси  $Oy$ .

а) область определения функции:  $D(y): x \in \mathbb{R}$

Множество значений функции:  $E(y): y \in [-1; -3]$

б) период функции  $T = 2\pi$

в) график функции  $y = \cos x - 2$  симметричен относительно оси  $Oy$ .

#### 4. Задания:

4.1. Построить графики данных функций. Используя построенные графики указать:

- 1) Область определения и множество значений функции;
- 2) Наибольшее и наименьшее значение функций;
- 3) Интервалы возрастания и убывания;
- 4) Ось симметрии;
- 5) Нули функции

##### Вариант 1

1)  $y = \cos x$  и  $y = -\cos x$

2)  $y = \sin x$  и  $y = \sin \frac{x}{3}$

##### Вариант 2

1)  $y = \sin x$  и  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

2)  $y = \cos x$  и  $y = 3 + \cos x$

##### Вариант 3

1)  $y = \sin x$  и  $y = -2\sin x$

2)  $y = \cos x$  и  $y = \cos 2x$

##### Вариант 4

1)  $y = \cos x$  и  $y = \cos \frac{x}{2}$

2)  $y = \sin x$  и  $y = 2 + \sin x$

#### 5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

#### 6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

#### 7. Контрольные вопросы:

7.1. Что такое период функции? Какие вы знаете периодические функции?

7.2. Где находят практическое применение графики тригонометрических функций (приведите примеры)?

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2

### Решение уравнений и неравенств графическим способом

**1. Цель занятия:** продолжить формирование умений и навыков в решении уравнений и неравенств графическим способом.

#### 2. Перечень справочной литературы:

**2.1.** Конспект

**2.2.** Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия: Учебник для СПО.- М.: Академия, 2019(Основное печатное издание – ОПИ 1.).

**2.3** Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Сборник задач профильной направленности: Учебное пособие для СПО.- М.: Академия, 2019.- 208с. (Основное печатное издание – ОПИ 2.).

#### 3. Краткие теоретические сведения:

Чтобы графически решить уравнение  $f(x) = g(x)$ , надо:

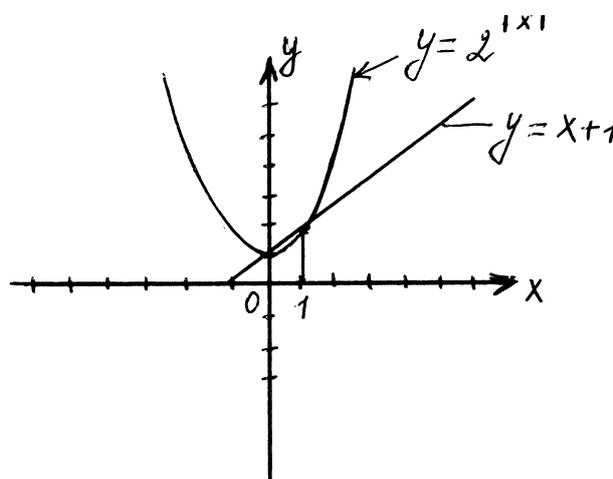
1. построить график функции  $y = f(x)$ ;
2. построить график функции  $y = g(x)$ ;
3. абсциссы точек пересечения этих графиков являются корнями данного уравнения.

#### Примеры решения задач:

##### Задание 1.

Решить графически уравнение  $2^{|x|} = x+1$ .

Построим графики функции  $y = 2^{|x|}$  и  $y = x+1$ .



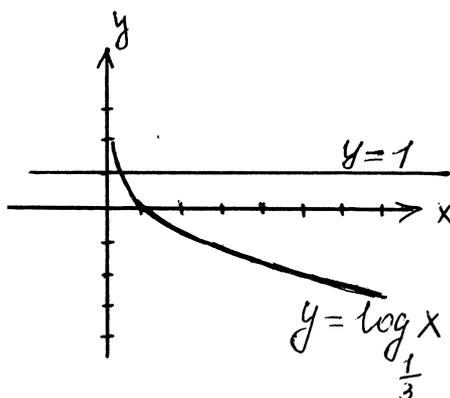
Из точек пересечения этих графиков опустим перпендикуляры на ось Ох.  $x_1 = 0, x_2 = 1$ .

Ответ:  $x_1 = 0, x_2 = 1$

### Задание 2.

С помощью графика проиллюстрируйте решение неравенства  $\log_{\frac{1}{3}} x \geq 1$ .

Построим графики функций  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  и  $y = 1$



$(\frac{1}{3}; 1)$  - точка пересечения этих графиков. Из рисунка видно, что при

$0 < x \leq \frac{1}{3}$  график логарифмической функции  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  лежит выше графика линейной функции  $y = 1$ .

Ответ:  $0 < x \leq \frac{1}{3}$

### Задание 3.

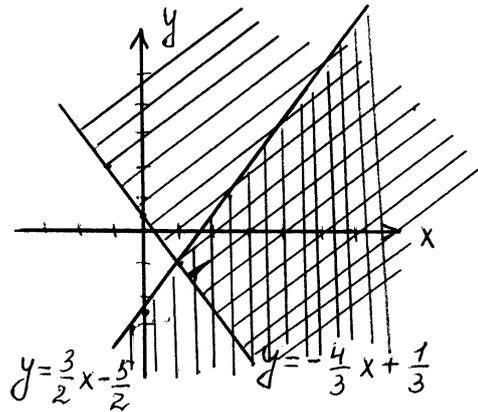
Изобразить на координатной плоскости  $xOy$  множество решений системы.

$$\begin{cases} 2y - 3x + 5 < 0, \\ 3y + 4x - 1 > 0. \end{cases}$$

Выразим  $y$  из каждого неравенства:

$$\begin{cases} y < \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} \\ y > -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3} \end{cases}$$

Построим прямые  $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$  и  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$



Первому неравенству будут удовлетворять координаты всех точек полуплоскости, лежащих ниже прямой  $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$ ; второму неравенству будут удовлетворять координаты всех точек плоскости, лежащих выше прямой  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$ .

Искомое множество решений системы покрыто двойной штриховкой.

#### 4. Задания:

##### 4.1. Решить графические уравнения

Вариант 1

1)  $2^x = x^2$

2)  $\log_2(x-2) = 2$

Вариант 3

1)  $2^x = x^3$

2)  $\log_3 x = -x$

Вариант 2

1)  $2^x = 4x$

2)  $\log_{\frac{1}{2}} x = x + 2$

Вариант 4

1)  $2^x = 5 - 3x$

2)  $\log_2(x+1) = 1$

##### 4.2. С помощью графика проиллюстрируйте решение неравенств.

Вариант 1

$\log_3 x < 2$

Вариант 3

$\log_{\frac{1}{3}} x < -1$

Вариант 2

$\log_3 x \geq 2$

Вариант 4

$\log_{\frac{1}{2}} x \leq 2$

##### 4.3. Изобразить на координатной плоскости множество решений системы.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Вариант 1} \\ x \geq 0, \\ x + y - 2 \geq 0, \end{array} \right.$$

$x - y + 1 \leq 0,$

$x \leq 2.$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Вариант 2} \\ x-1 \geq 0, \\ y-1 \geq 0, \\ x+y-3 \geq 0, \\ -6x-7y+42 \geq 0. \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x-y \geq -2, \\ x \leq 1, \\ 2x-y-3 \geq 0. \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Вариант 3} \\ 2x-y+2 \geq 0, \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Вариант 4} \\ 2x+y-2 > 0 \\ x-2y+2 < 0 \end{array} \right.$$

**5. Порядок выполнения работы:**

**5.1.** Изучить краткие теоретические сведения

**5.2.** Решить задания своего варианта

**6. Содержание отчета:**

**6.1.** Тема и цель занятия

**6.2.** Решение заданий

**6.3.** Ответы на контрольные вопросы

**7. Контрольные вопросы:**

**7.1.** При каком решении уравнений (аналитическом или графическом) получаются более точные корни?

## Практическое занятие №3

**Тема:** Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера и методом Гаусса.

**Цель занятия:** получить практические навыки вычисления определителей 2-го и 3-го порядка и составления алгоритма решения систем линейных уравнений по формулам Крамера. и методом Гаусса.

**1.Краткие теоретические сведения.**

*Определитель 2-го порядка:*

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad-bc$$

*Определитель 3-го порядка ( правило треугольника):*

$$+ \begin{vmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{vmatrix} \quad - \begin{vmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{vmatrix}$$

Для системы 
$$\begin{cases} ax+by=c_1 \\ ax+by=c_2 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \quad \Delta = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} \quad \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

Тогда  $x = \frac{\Delta x}{\Delta}$  ;  $y = \frac{\Delta y}{\Delta}$  -формулы Крамера.

Аналогично для системы трёх уравнений с тремя неизвестными.

Метод Гаусса (применим для системы 3х и более уравнений)

Суть метода: привести систему (матрицу соответствующую данной системе) к «треугольному» виду.

Действия, допустимые при решении системы:

Перестановка любых 2х строк местами;

Умножение любой строки на число, не равное 0;

Прибавление к одной строке другой, умноженной на какое-либо число.

## 2. Методика решения типовых задач

### 2.1. Вычислить определители.

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 5 & -7 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = 45 - (-21) = 66$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} \cos 45^\circ & \sin 30^\circ \\ \operatorname{tg} 45^\circ & \cos 90^\circ \end{vmatrix} = \cos 45^\circ * \cos 90^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ * \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} * 0 - 1 * \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{в) } \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 45 + 18 + 8 - (15 + 12 + 16) = 8$$

### 2.2 Решить системы уравнений методом Крамера

$$\text{а) } \begin{cases} x+2y=5 \\ 7x+3y=1 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -7 & 3 \end{vmatrix} = -3 + 14 = 11$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} -5 & 2 \\ -13 & 3 \end{vmatrix} = -15 + 26 = 11$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ -7 & -13 \end{vmatrix} = 13 - 35 = -22$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta}, \quad x = \frac{11}{11} = 1$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta}, \quad y = \frac{-22}{11} = -2$$

Ответ: (1; -2)

$$б) \begin{cases} 3x + 2y + z = 3 \\ 5x - 2y - 2z = 3 \\ x + y - z = -2 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -25$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 25$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -25$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 2 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 50$$

$$x = \frac{25}{25} = 1$$

$$y = \frac{-25}{25} = -1$$

$$z = \frac{50}{25} = 2$$

Ответ: (1; -1; 2)

2.3 Решить систему методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x + y - z = 4 \\ x + 2y + z = 5 \\ 5x - y + 3z = 12 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 5 \\ 5 & -1 & 3 & 12 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 4 \\ 5 & -1 & 3 & 12 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & -3 & -3 & 2 \\ 0 & -11 & -2 & -13 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -11 & -2 & -13 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 9 & 9 \end{array} \right)$$

Обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{aligned} 1) \quad & 9z=9 \\ & z=1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & y+z=2 \\ & y+1=2 \\ & y=1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & x+2y+z=5 \\ & x+2+1=5 \\ & x=2 \end{aligned}$$

Ответ: (2; 1; 1).

### 3. Порядок выполнения практической работы.

- 3.1 Изучить краткие теоретические сведения.
- 3.2 Решить задания своего варианта (Приложение).
- 3.3 Ответить на контрольные вопросы.

### 4. Содержание отчёта

- 4.1 Тема и цель занятия.
- 4.2 Решение заданий.
- 4.3 Ответы на контрольные вопросы.

### 5. Контрольные вопросы

- 5.1 Назовите методы решения систем линейных уравнений.
- 5.2 В каких случаях применим и удобен метод Гаусса?

### 6.Список справочной литературы

- 6.1. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика. Учебник. - М: Дрофа, 2019-395с.
- 6.2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. Учебное пособие. – М: Дрофа, 2019-204с.
- 6.3. Конспект лекций.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### 1 вариант

### 2 вариант

1.Вычислить определители.

$$a) \begin{vmatrix} 2^5 & \operatorname{tg}^2 60^\circ \\ \sqrt[3]{125} & \sin 30^\circ \end{vmatrix}$$

$$a) \begin{vmatrix} 4 & \sqrt[3]{216} \\ 10\cos 60^\circ & \operatorname{tg} 45^\circ \end{vmatrix}$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 3 & -8 \\ 2 & -3 & 0 \\ 4 & 9 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} -2 & 3 & 7 \\ 0 & 4 & -9 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Решить системы методом Крамера

$$\text{а) } \begin{cases} 5x-2y-6z=6 \\ 7x-5y-4z=6 \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} 4x+y-17z=7 \\ 3x-5y-7z=6 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x+4y+2z=5 \\ 5x-6y-4z=-3 \\ -4x+5y+3z=1 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x-2y+3z=3 \\ 3x+y-6z=-7 \\ 9x-2y-z=3 \end{cases}$$

3. Решить системы методом Гаусса.

$$\text{а) } \begin{cases} x-2y+3z=3 \\ 5x+y-7z=0 \\ 2x+3y-z=4 \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} 2x+3y+4z=14 \\ x+y+5z=16 \\ 3x-2y-z=1 \end{cases}$$

**3 вариант**

**4 вариант**

1. Вычислить определители.

$$\text{а) } \begin{vmatrix} \log_3 27 & 2^3 \\ 12 & 11 \end{vmatrix}$$

$$\text{а) } \begin{vmatrix} \operatorname{tg} 0 & \cos 60^\circ \\ \sqrt{81} & 135 \end{vmatrix}$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 5 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 8 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Решить системы методом Крамера.

$$\text{а) } \begin{cases} 3x-2y=5 \\ 4x+y=14 \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} 2x-y=3 \\ 5x+3y=14 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x-4y+3z=1 \\ x-2y+4z=3 \\ 3x-y+5z=2 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x+2y-z=2 \\ 2x-3y+2z=2 \\ 3x+y+z=8 \end{cases}$$

3. Решить системы методом Гаусса.

$$a) \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$$

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4

### Исследование функций с помощью производной и построения графиков

**1. Цель занятия:** научиться находить интервалы монотонности и точки экстремума функции, находить интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба. Научиться исследовать функции с помощью производной и строить графики.

#### 2. Перечень справочной литературы:

##### 2.1. Конспект

**2.2.** Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия: Учебник для СПО.- М.: Академия, 2019(*Основное печатное издание – ОПИ 1.*).

**2.3** Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Сборник задач профильной направленности: Учебное пособие для СПО.- М.: Академия, 2019.- 208с. (*Основное печатное издание – ОПИ 2.*).

#### 3. Краткие теоретические сведения:

Если производная функции  $f'(x)$  положительна на интервале  $(a; b)$ , то функция  $y = f(x)$  возрастает на этом интервале; если производная функции  $f'(x)$  отрицательна на интервале  $(a; b)$ , то функция  $y = f(x)$  убывает на этом интервале. Точка  $(x_0; y_0)$  является точкой максимума, если производная функции  $f'(x)$  проходя через эту точку меняет свой знак с «+» на «-»; точка  $(x_0; y_0)$  является точкой минимума, если производная  $f'(x)$  проходя через эту точку меняет свой знак с «-» на «+».

Функция выпукла на интервале  $(a; b)$ , если вторая производная функции  $f''(x)$  отрицательна на этом интервале; функция вогнута на интервале  $(a; b)$ , если  $f''(x)$  положительна на этом интервале. Общая схема исследования функции:

1. Указать область определения и множество значений функции;

2. Исследовать функцию на четность и нечетность.
3. Указать период функции (если есть);
4. Найти точки пересечения с осями координат;
5. Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции;
6. Указать интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба;
7. Построить график.

### Примеры решения задач:

#### Задание 1.

Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции

$$y = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x - 2.$$

$$y' = 3x^2 - 9x + 6$$

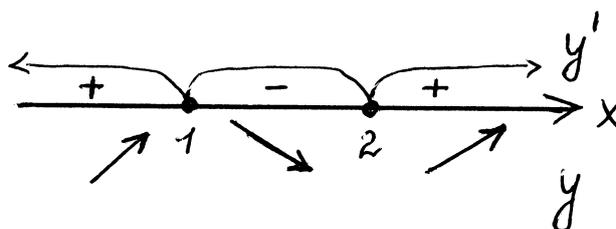
$$y' = 0 \quad 3x^2 - 9x + 6 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x_1 - 3x + 2 = 0$$

$$x_1 = 2, x_2 = 1$$

$$(x-2)(x-1) = 0$$



$(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$  - интервалы возрастания функции.

$(1; 2)$  - интервал убывания функции

$y(1) = \frac{1}{2}, \left(1; \frac{1}{2}\right)$  - точка максимума

$y(2) = 0, (2; 0)$  - точка минимума

#### Задание 2.

Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции

$$y = x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 31x - 37$$

$$y' = 4x^3 - 30x^2 + 72x - 31$$

$$y'' = 12x^2 - 60x + 72$$

$$y'' = 0 \quad 12x^2 - 60x + 72 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x_1 = 2, x_2 = 3$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$y(2) = -19, y(3) = 5$$

вогнутости



$(2;19)$  и  $(3;5)$  - точки перегиба функции

$(-\infty;2) \cup (3;+\infty)$  - интервалы вогнутости

$(2;3)$  - интервал выпуклости

### Задание 3.

Исследовать и построить график функции  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

1.  $D(y): x \in R; E(y): y \in R$

2. Данная функция не является ни четной, ни нечетной (т.е. функция общего вида).

3. Периода нет.

4. При  $x = 0, y = -3$

$(0;-3)$  - точка пересечения графика с осью  $Oy$ .

Точки пересечения графика с осью  $Ox$  в данном случае найти затруднительно.

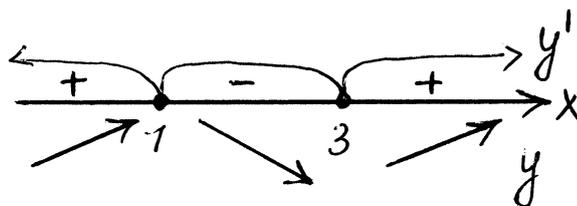
5.  $y' = 3x^2 - 12x + 9$

$$y' = 0 \quad 3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = 3$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$



$(-\infty;1) \cup (3;+\infty)$  - интервалы возрастания

$(1;3)$  - интервал убывания

$$y(1) = 1, y(3) = -3$$

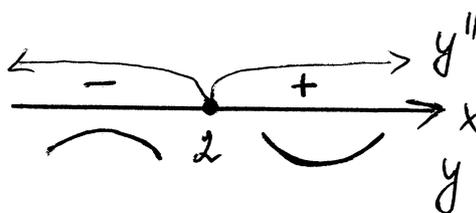
$(1;1)$  - точка максимума

$(3;-3)$  - точка минимума

6.  $y'' = 6x - 12$

$$y'' = 0 \quad 6x - 12 = 0$$

$$x = 2$$

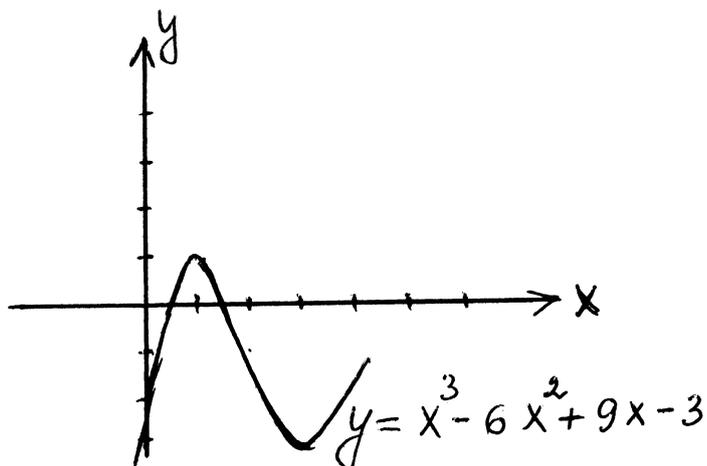


$(-\infty; 2)$  - интервал выпуклости

$(2; +\infty)$  - интервал вогнутости

$y(2) = -1, (2; -1)$  - точка перегиба

7.



#### 4. Задания:

4.1. Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции.

Вариант 1

$$y = x^3 - 12x^2 + 36x - 10$$

Вариант 3

$$y = x^3 + 2x^2 - 4x + 3$$

Вариант 2

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 4$$

Вариант 4

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x - 4$$

4.2. Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции.

Вариант 1

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 4$$

Вариант 3

$$y = 6x^2 - x^3$$

Вариант 2

$$y = x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 100$$

Вариант 4

$$y = 2x^3 + 1$$

4.3. Исследовать и построить график функции

Вариант 1

$$y = \frac{1}{3}x^3 - x$$

Вариант 2

$$y = \frac{1}{4}x^4 - 8x$$

Вариант 3

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 4x$$

Вариант 4

$$y = x^3 - 3x$$

### **5. Порядок выполнения работы:**

**5.1.** Изучить краткие теоретические сведения

**5.2.** Решить задания своего варианта

### **6. Содержание отчета:**

**6.1.** Тема и цель занятия

**6.2.** Решение заданий

**6.3.** Ответы на контрольные вопросы

### **7. Контрольные вопросы:**

**7.1.** Какие точки называются точками перегиба?

**7.2.** Всегда ли функция имеет точки экстремума? Какие известные вам функции не имеют точек экстремума?

## **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5**

### **Нахождение производной. Применение её для решения практических задач.**

**1.Цель занятия:** показать практическое применение производной, использование её при решении задач из области физики, электротехники, а также прикладных задач.

### **2. Перечень справочной литературы:**

**2.1.** Конспект

**2.2.** Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия: Учебник для СПО.- М.: Академия, 2019(*Основное печатное издание – ОПИ 1.*).

**2.3** Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Сборник задач профильной направленности: Учебное пособие для СПО.- М.: Академия, 2019.- 208с. (*Основное печатное издание – ОПИ 2.*).

### **3. Краткие теоретические сведения:**

При прямолинейном движении тела скорость в данный момент есть производная от пути по времени:  $V = S'_t$ .

Ускорение в данный момент есть производная от скорости по времени:  $a = V'_t$  или  $a = S''_t$ . Вообще, скорость изменения функции есть производная этой функции по времени.

### **Примеры решения задач:**

#### Задание 1.

Точка движется прямолинейно по закону  $S = 2t^3 + t^2 - 4$ . Найти значения скорости и ускорения в момент времени  $t = 4$ .

$$V = S'_t = 6t^2 + 2t; V(4) = 6 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 = 104 \left( \frac{\text{м}}{\text{сек}} \right)$$

$$a = V'_t = 12t + 2; a(4) = 12 \cdot 4 + 2 = 50 \left( \frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \right)$$

#### Задание 2.

Тело массой 10 кг движется прямолинейно по закону  $S = 3t^2 + t + 4$ . Найти кинетическую энергию тела  $\left( E = \frac{mV^2}{2} \right)$  через 4 сек после начала движения.

Найдем скорость движения в момент времени  $t$ :

$$V = S'_t = 6t + 1; V(4) = 6 \cdot 4 + 1 = 25 \left( \frac{\text{м}}{\text{сек}} \right)$$

Кинетическая энергия в момент времени  $t=4$ :

$$E = \frac{mV^2}{2} = \frac{10 \cdot 25^2}{2} = 3125 \text{ (Дж)}$$

#### Задание 3.

Сила тока изменяется в зависимости от времени  $t$  по закону  $I = 0,4t^2$  ( $I$  – в амперах,  $t$  – в секундах). Найти скорость изменения силы тока в конце 8-ой секунды.

Скорость изменения силы тока есть производная силы тока по времени:  $I'_t = 0,8t$ .

$$I'_t(8) = 0,8 \cdot 8 = 6,4 \left( \frac{\text{А}}{\text{сек}} \right)$$

#### Задание 4.

Закон прямолинейного движения тела задан уравнением  $S = -t^3 + 9t^2 - 24t - 8$ . Найти максимальную скорость движения тела.

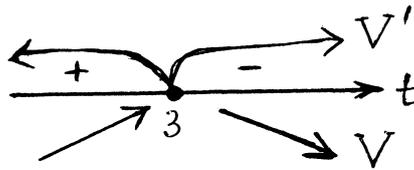
$$V = S'_t = -3t^2 + 18t - 24$$

Исследуем эту функцию на максимум и минимум

$$V'_t = -6t + 18$$

$$V'_t = 0 \quad -6t + 18 = 0$$

$$t = 3$$



При  $t = 3$  скорость является наибольшей.

$$V(3) = -3 \cdot 9 + 18 \cdot 3 - 24 = 3 \left( \frac{\text{м}}{\text{сек}} \right)$$

### Задание 5.

Из всех прямоугольников данного периметра найти тот, у которого площадь наибольшая.

Пусть периметр равен  $P$ ,  $x$ -длина одной из сторон, тогда  $\frac{P-2x}{2}$  - длина другой стороны

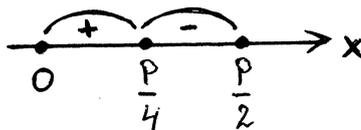
$$S = x \cdot \left( \frac{P}{2} - x \right) = \frac{P}{2}x - x^2 \quad 0 < x < \frac{P}{2}$$

Исследуем эту функцию на максимум и минимум

$$S'_x = \frac{P}{2} - 2x$$

$$S'_x = 0 \quad \frac{P}{2} - 2x = 0$$

$$x = \frac{P}{4}$$



При  $x = \frac{P}{4}$  функция имеет максимальное значение.

Таким образом, из всех прямоугольников данного периметра наибольшую площадь имеет квадрат.

## **4. Задания:**

### Вариант 1

1. Температура тела  $T$  изменяется от времени  $t$  по закону  $T = 0,5t^2 - 2t$ . С какой скоростью нагревается это тело в момент времени  $t = 5$ ?
2. Закон прямолинейного движения тела имеет вид  $S = -t^3 + 3t^2 + 9t + 3$ . Найти максимальную скорость движения тела.
3. Сумма двух положительных чисел равна 10. Какие это числа, если сумма их квадратов является наименьшей?

### Вариант 2

1. Тело массой 100 кг движется прямолинейно по закону  $S = 5t^2 - 2$ . Найти кинетическую энергию тела через 2 сек после начала движения.
2. Дан закон прямолинейного движения тела  $S = -\frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t + 1$ . Найти максимальную скорость движения тела.
3. Найти число, которое в сумме со своим квадратом дает этой сумме наименьшее значение.

### Вариант 3

1. Изменение силы тока  $I$  в зависимости от времени  $t$  дано уравнением  $I = 2t^2 - 5t$  ( $I$ -в амперах,  $t$ - в секундах). Найти скорость изменения тока в конце 10-й секунды.
2. Дан закон прямолинейного движения тела  $S = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + 5t + 3$ . Найти максимальную скорость движения.
3. Произведение двух положительных чисел равно  $a$ . Чему равны эти числа, если их сумма является наименьшей?

### Вариант 4

1. Тело движется по закону  $S = t^3 + 5t^2 + 4$ . Найти значение скорости и ускорения в момент времени  $t = 2$ .
2. Материальная точка совершает прямолинейное движение по закону  $S = 5t + 2t^2 - \frac{2}{3}t^3$ . Найти максимальную скорость движения.
3. Требуется огородить проволочной сеткой длиной 20 м. прямоугольный участок, прилегающий к стенке. Найти размеры участка, при которых его площадь будет наибольшей.

## 5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

## 6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

## 7. Контрольные вопросы:

7.1. Сформулируйте, в чем состоит физический смысл первой и второй производной?

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6

### Вычисление дифференциала, его практическое применение

**1. Цель занятия:** отработать навыки нахождения дифференциала функций. Научиться применять дифференциал в приближенных вычислениях.

#### 2. Перечень справочной литературы:

2.1. Конспект

2.2. Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия: Учебник для СПО.- М.: Академия, 2019(Основное печатное издание – ОПИ 1.).

2.3 Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Сборник задач профильной направленности: Учебное пособие для СПО.- М.: Академия, 2019.- 208с. (Основное печатное издание – ОПИ 2.).

2.4. Е.В. Алексеева Методическое пособие по теме:  
«Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

#### 3. Краткие теоретические сведения:

**Определения.** Главная часть приращения функции называется дифференциалом функции и обозначается  $dy$ , т.е.  $dy = y' \cdot \Delta x$

Дифференциал независимой переменной  $dx$  равен её приращению  $\Delta x$ , т.е.  $dx = \Delta x$ .

Таким образом,  $dy = y' \cdot dx$ .

Дифференциал функции используют для приближенных вычислений.

Установлено, что приращение функций приближенно равно дифференциалу функции, т.е.

$$\Delta y \approx dy.$$

$$y(x + \Delta x) - y(x) \approx dy.$$

$$y(x + \Delta x) \approx y(x) + dy$$

$$y(x + \Delta x) \approx y(x) + y' \Delta x.$$

данная формула позволяет приближенно вычислять с помощью дифференциала.

#### Примеры решения задач:

##### Задание 1.

Для функции  $y = 2x^2 - 3x + 3$  вычислить приращение и дифференциал при переходе аргумента  $x$  от значения  $x_1 = 1$  к значению  $x_2 = 1,001$ .

$$\Delta x = x_2 - x_1, \Delta x = 1,001 - 1 = 0,001$$

$$dx = 0,001$$

$$\Delta y = y(x + \Delta x) - y(x) = y(1,001) - y(1) = 2 \cdot (1,001)^2 - 3 \cdot 1,001 + 3 - 2 + 3 - 3 = 2,004002 - 3,003 + 1 = 0,001002.$$

Вычислим,  $dy$ :

$$dy = y^1 \cdot dx, \quad y^1 = 4x - 3, \quad y^1(1) = 4 - 3 = 1.$$

$$dy = 1 \cdot 0,001 = 0,001.$$

### Задание 2.

Пользуясь понятием дифференциала функции, вычислить приближенно изменение функции  $y = x^3 - 7x^2 + 80$  при изменении аргумента  $x$  от 5 до 5,01.

$$\Delta y \approx dy = y^1 \Delta x = (3x^2 - 14x) \Delta x.$$

$$\text{При } x = 5, \quad \Delta x = 5,01 - 5 = 0,01 \quad \text{получим } \Delta y = (3 \cdot 5^2 - 14 \cdot 5) \cdot 0,01 = 0,05.$$

### Задание 3.

На сколько увеличится объем шара при нагревании, если его радиус  $R = 5$  см удлинится на  $\Delta R = 0,002$  см?

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

$$\Delta V \approx dV = V^1 \cdot \Delta R = 4\pi R^2 \cdot \Delta R.$$

$$\text{При } R = 5, \quad \Delta R = 0,002 \quad \text{получим } \Delta V \approx 4 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 0,002 = 0,2\pi (\text{см}^3)$$

$$\text{При } \pi = 3,14 \quad \Delta V = 0,628 (\text{см}^3).$$

## **4. Задания:**

### Вариант 1

1. Найти приращение и дифференциал функции  $y = x^2$  в точке  $x = 2$  при  $\Delta x = 0,1$ .
2. Найти приближенно значение функции (используя дифференциал)  $y = 3x^2 + 2x - 1$  при  $x = 2,03$ .
3. Сторона квадрата 5 см. Найти приближенное приращение площади его при увеличении его стороны на 0,001 см.

### Вариант 2

1. Найти приращение и дифференциал функции  $y = \frac{1}{2}x^2$  в точке  $x = 3$  при  $\Delta x = 0,01$ .
2. Найти приближенно значение функции (используя дифференциал)  $y = x^3 + x^2 - 2x$  при  $x = 2,01$ .
3. Найти приближенное приращение площади круга, если радиус его изменяется с 50 см на 50,1 см.

### Вариант 3

1. Найти приращение и дифференциал функции  $y = x^3 - 5x^2 + 80$  в точке  $x = 4$  при  $\Delta x = 4,001$ .
2. Найти приближенно значение функции (используя дифференциал)

$$y = x^2 + x \text{ при } x = 3,01.$$

3. Сторона куба, равная 1м, удлинилась на 10см. На сколько при этом увеличился объем куба?

#### Вариант 4

1. Найти приращение и дифференциал функции  $y = 5x^3$  в точке  $x = 4$  при  $\Delta x = 0,01$ .
2. Найти приближенно значение функции (используя дифференциал)  $y = x^3 - 2x + 1$  при  $x = 2,1$ .
3. На сколько увеличится объем шара при нагревании, если его радиус изменился с 3см до 3,002см?

#### **5. Порядок выполнения работы:**

**5.1.** Изучить краткие теоретические сведения

**5.2.** Решить задания своего варианта

#### **6. Содержание отчета:**

**1.** Тема и цель занятия

**2.** Решение заданий

**3.** Ответы на контрольные вопросы

#### **7. Контрольные вопросы:**

**1.** Где применяется дифференциал функции?

**2.** Запишите формулу для приближенных вычислений с помощью дифференциала.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7

### Вычисление определенного интеграла. Применение его для решения практических задач.

**1. Цель занятия:** продолжить формирование умений и навыков в интегрировании функций известными методами: методом непосредственного интегрирования, интегрирование подстановкой и по частям; показать практическое применение определенного интеграла.

#### 2. Перечень справочной литературы:

##### 2.1. Конспект

**2.2.** Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия: Учебник для СПО.- М.: Академия, 2019(Основное печатное издание – ОПИ 1.).

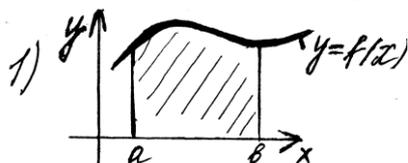
**2.3** Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Сборник задач профильной направленности: Учебное пособие для СПО.- М.: Академия, 2019.- 208с. (Основное печатное издание – ОПИ 2.).

#### 3. Краткие теоретические сведения:

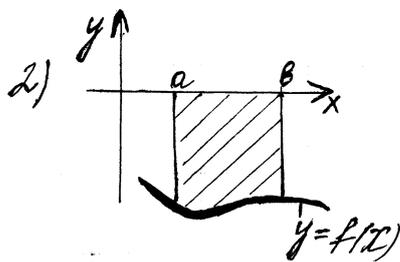
Формула Ньютона – Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx = f(x)\Big|_a^b = f(b) - f(a).$$

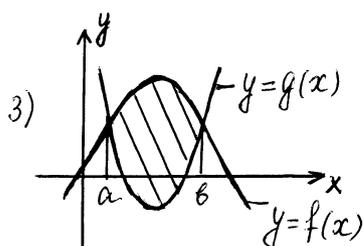
Площадь плоской фигуры:



$$S = \int_a^b f(x)dx$$

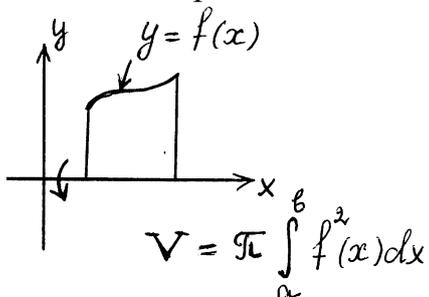


$$S = -\int_a^b f(x)dx$$



$$S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx.$$

Объём тела вращения:



Нахождение пути по заданной скорости:  $S = \int_a^b V(t) dx$ .

Вычисление работы переменной силы:  $A = \int_a^b F(x) dx$ .

### Примеры решения задач:

#### Задание 1.

Вычислить: а)  $\int_{-1}^2 (2x+3)^3 dx = \int_1^7 t^3 \cdot \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^4}{4} \Big|_1^7 = \frac{7^4}{8} - \frac{1}{8} = 300$

$$2x + 3 = t$$

$$2dx = dt$$

$$dx = \frac{1}{2} dt$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi} x \cdot \cos x dx = x \cdot \sin x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \sin x dx = \cos x \Big|_0^{\pi} = \cos \pi - \cos 0 = -1 - 1 = -2$$

$$u = x$$

$$du = dx$$

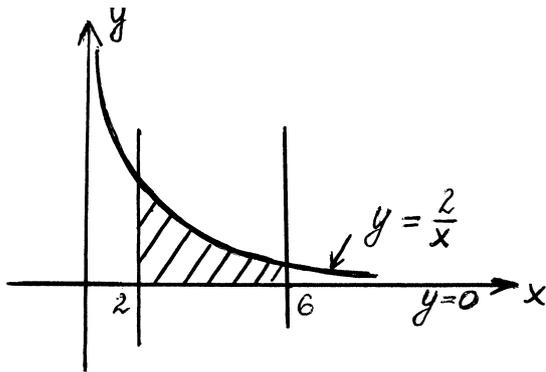
$$dv = \cos x dx$$

$$V = \sin x$$

#### Задание 2.

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{2}{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$ ,  $x = 6$ .

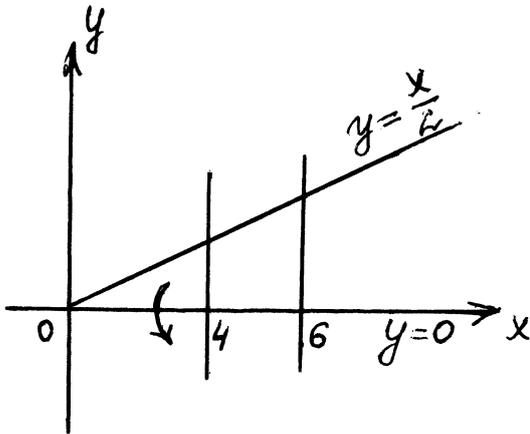
$$S = \int_2^6 \frac{2}{x} dx = 2 \ln|x| \Big|_2^6 = 2(\ln|6| - \ln|2|) = 2 \ln 3 \text{ (ед}^2\text{)}$$



Задание 3.

Найти объём тела полученного от вращения вокруг оси  $Ox$  трапеции, образованной прямыми  $y = \frac{x}{2}$ ,  $x = 4$ ,  $x = 6$ ,  $y = 0$ .

$$V = \pi \int_4^6 \frac{x^2}{4} dx = \pi \frac{x^3}{12} \Big|_4^6 = \pi \left( \frac{6^3}{12} - \frac{4^3}{12} \right) = \frac{38}{3} \pi \text{ ед.}^3$$



Задание 4.

Тело движется со скоростью  $V(t) = 2t + 1$  м/сек

Найти путь, пройденный телом за первые 10 сек.

$$S = \int_0^{10} (2t + 1) dt = t^2 + t \Big|_0^{10} = 110(\text{м})$$

Задание 5.

Вычислить работу силы  $F$  при сжатии пружины на 0,08м, если для её сжатия на 0,01м требуется сила 10Н.

По закону Гука  $F = kx$ , где  $k = \text{const}$ ,  $x$  – величина растяжения или сжатия.

$$k = \frac{F}{x} = \frac{10\text{Н}}{0,01\text{м}} = 1000. \text{ Следовательно, } F = 1000x.$$

$$\text{Тогда } A = \int_0^{0,08} 1000x dx = 1000 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,08} = 3,2(\text{Дж}).$$

**4. Задания:**

Вариант 1

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 6x^2, \quad y = 2x^3$$

2. Найти объём тела вращения (вокруг оси  $Ox$ ).

$$y = \frac{4}{x}, \quad x = 3, \quad x = 12, \quad y = 0.$$

3. Вычислить путь, пройденный телом.

$$V = 3t^2 + 1,$$

$$t_1 = 0, \quad t_2 = 4$$

#### Вариант 2

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2, \quad y = 2x + 8$$

2. Найти объём тела вращения (вокруг оси  $Ox$ ).

$$y = 3x, \quad x = 1, \quad x = 3, \quad y = 0.$$

3. Вычислить путь, пройденный телом.

$$V = 2t^2 + t,$$

$$t_1 = 1, \quad t_2 = 3.$$

#### Вариант 3

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 4 - x^2, \quad y = 0.$$

2. Найти объём тела вращения (вокруг оси  $Ox$ ).

$$y = -x + 3, \quad x = 0, \quad x = 3, \quad y = 0.$$

3. Вычислить путь, пройденный телом.

$$V = 6t + 4,$$

$$t_1 = 2, \quad t_2 = 3.$$

#### Вариант 4

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2 - 9, \quad y = 0.$$

2. Найти объём тела вращения (вокруг оси  $Ox$ ).

$$y = \frac{1}{x}, \quad x = 2, \quad x = 3, \quad y = 0.$$

3. Вычислить путь, пройденный телом.

$$V = t^2 - t + 3,$$

$$t_1 = 0, \quad t_2 = 5.$$

### 5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

### 6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

## 7. Контрольные вопросы:

1. Какая формула позволяет вычислять определенный интеграл?
2. Назовите практическое применение определенного интеграла.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 8

### Решение практических задач по теме «Координаты и векторы»

**1. Цель занятия:** закрепить основные формулы по теме «Векторы», показать, как применяется данная тема при решении практических и прикладных задач.

### 2. Перечень справочной литературы:

#### 2.1. Конспект

**2.2.** Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия: Учебник для СПО.- М.: Академия, 2019(*Основное печатное издание – ОПИ 1.*).

**2.3** Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Сборник задач профильной направленности: Учебное пособие для СПО.- М.: Академия, 2019.- 208с. (*Основное печатное издание – ОПИ 2.*).

### 3. Краткие теоретические сведения:

Даны точки  $A(x_1; y_1; z_1)$  и  $B(x_2; y_2; z_2)$

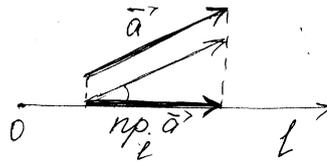
Координаты вектора  $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$

Длина вектора  $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

Для векторов  $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$  и  $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$  скалярное произведение находится по формуле:  $(\vec{a}; \vec{b}) = x_1 \cdot x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$

Угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  находится по формуле:

$$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{(x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2)}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$



Проекция вектора  $\vec{a}$  на ось  $l$   
 пр.  $\vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos(\vec{a}; l)$

### Примеры решения задач:

#### Задание 1.

Найти угол  $A$  в треугольнике с вершинами  $A(1;2;-1)$ ,  $B(5;5;11)$  и  $C(13;18;20)$

Искомый угол – это угол между векторами  $\vec{AB}=(4;3;12)$  и  $\vec{AC}=(12;16;21)$ .

$$\text{По формуле имеем } \cos \angle A = \frac{4 \cdot 12 + 3 \cdot 16 + 12 \cdot 21}{\sqrt{4^2 + 3^2 + 12^2} \cdot \sqrt{12^2 + 16^2 + 21^2}} = \frac{358}{13 \cdot 29} = \frac{12}{13}$$

$$\angle A = \arccos \frac{12}{13} \approx 23^\circ$$

#### Задание 2.

Проверить, что точки  $A(2;1;0)$ ,  $B(0;4;-3)$ ,  $C(-2;3;-5)$  и  $D(2;-3;-1)$  являются вершинами трапеции. Найти длины её оснований.

Найдем координаты векторов  $\vec{AB}$ ,  $\vec{BC}$ ,  $\vec{CD}$ , и  $\vec{AD}$ , совпадающих со сторонами четырехугольника:

$$\vec{AB} = (-2; 3; 3) \quad \vec{BC} = (-2; -1; -2)$$

$$\vec{CD} = (4; -6; 6) \quad \vec{AD} = (0; -4; 1)$$

Координаты векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$  пропорциональны  $\left(\frac{-2}{4} = \frac{3}{-6} = \frac{3}{6}\right)$ ,

следовательно, это векторы коллинеарны, т.е. прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны.

Координаты векторов  $\vec{BC}$  и  $\vec{AD}$  не пропорциональны  $\left(\frac{0}{-2} \neq \frac{-1}{4} \neq \frac{1}{-2}\right)$ , следовательно векторы  $\vec{BC}$  и  $\vec{AD}$  не коллинеарны, поэтому прямые  $BC$  и  $AD$  не параллельны. Таким образом, четырёхугольник  $ABCD$  – трапеция, основаниями которой служат  $AB$  и  $CD$ . Найдем их длины.

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + (-3)^2} = \sqrt{22}.$$

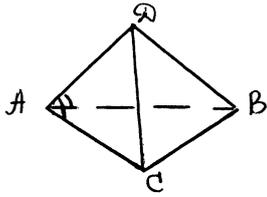
$$|\vec{CD}| = \sqrt{4^2 + (-6)^2 + 6^2} = 2\sqrt{22}.$$

**Задание 3.** Дана треугольная пирамида  $ABCD$  и  $|AB| = |AC|$ ,

$\angle DAB = \angle DAC$ . Доказать, что  $AD \perp BC$ .

$AD \perp BC$  если  $\vec{AD} \times \vec{BC} = 0$ .

Найдем скалярное произведение векторов  $\vec{AD}$  и  $\vec{BC}$ :



$$\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \cos \angle DAC - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} \cos \angle DAB = 0 \text{ (т.к. } |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}| \text{ и } \angle DAC = \angle DAB).$$

#### Задание 4.

Найти работу силы  $\vec{F}$  на перемещение  $\vec{S}$ , если  $|\vec{F}| = 3$ ,  $|\vec{S}| = 8$ ,  $(\vec{F}; \vec{S}) = 60^\circ$ .

Работа вычисляется по формуле  $A = \vec{F} \cdot \vec{S}$ .

$$A = |\vec{F}| \cdot |\vec{S}| \cdot \cos(\angle F; S). \text{ Имеем } A = 3 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ = 12 \text{ (ед. работы)}$$

#### Задание 5.

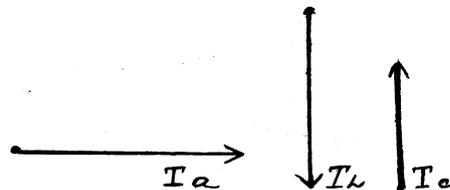
(Из дисциплины «Электротехника», тема «Переменный ток»).

Даны вектора токов:

$$I_a = 20 \text{ A (активный ток)}$$

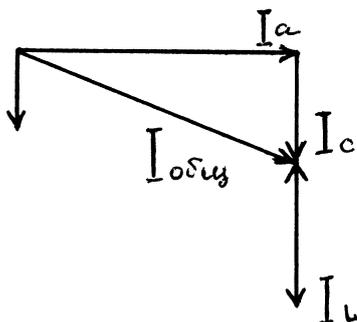
$$I_L = 50 \text{ A (индуктивный ток)}$$

$$I_c = 30 \text{ A (ёмкостный ток)}$$



Найти общий ток

$I_{\text{общ}}$



#### 4. Задания:

Вариант 1

1. В треугольнике  $ABC$ :  $A(3;4)$ ,  $B(-2;-1)$ ,  $C(0;5)$ . Найти периметр  $\triangle ABC$ , длину медианы  $AM$ , угол  $A$ .

2. Вычислить работу, совершаемую силой  $F = (1;2;3)$ , при прямолинейном перемещении материальной точки из положения  $A(1;0;0)$  в положение  $B(10;1;2)$ .

#### Вариант 2

1. В треугольнике  $ABC$ :  $A(-4;6)$ ,  $B(2;7)$ ,  $C(0;3)$ . Найти периметр  $\triangle ABC$ , длину медианы  $AM$ , угол  $B$ .
2. Вычислить работу, совершаемую силой  $F = (2;3;5)$ , при прямолинейном перемещении материальной точки из положения  $A(2;0;1)$  в положение  $B(5;7;9)$ .

#### Вариант 3

1. В треугольнике  $ABC$ :  $A(3;-3)$ ,  $B(7;0)$ ,  $C(-4;5)$ . Найти периметр  $\triangle ABC$ , длину медианы  $AM$ , угол  $A$ .
2. Вычислить работу, совершаемую силой  $F = (2;6;1)$ , при прямолинейном перемещении материальной точки из положения  $A(3;6;2)$  в положение  $B(2;3;5)$ .

#### Вариант 4

1. В треугольнике  $ABC$ :  $A(-5;2)$ ,  $B(4;4)$ ,  $C(2;6)$ . Найти периметр  $\triangle ABC$ , длину медианы  $AM$ , угол  $B$ .
2. Вычислить работу, совершаемую силой  $F = (7;0;1)$ , при прямолинейном перемещении материальной точки из положения  $A(2;1;1)$  в положение  $B(5;8;9)$ .

### 5. Порядок выполнения работы:

- 5.1. Изучить краткие теоретические сведения
- 5.2. Решить задания своего варианта

### 6. Содержание отчета:

- 6.1. Тема и цель занятия
- 6.2. Решение заданий
- 6.3. Ответы на контрольные вопросы

### 7. Контрольные вопросы:

1. В каких дисциплинах применяется тема «Векторы»?
2. Запишите формулу нахождения проекции вектора на ось.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 9

### Решение задач по теме «Многогранники»

**1. Цель занятия:** закрепить формулы, отработать навык, решения задач по данной теме.

#### 2. Перечень справочной литературы:

2.1. Конспект

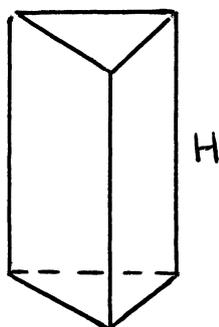
2.2. Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия: Учебник для СПО.- М.: Академия, 2019(Основное печатное издание – ОПИ 1.).

2.3 Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Сборник задач профильной направленности: Учебное пособие для СПО.- М.: Академия, 2019.- 208с. (Основное печатное издание – ОПИ 2.).

2.4. Методическое пособие по теме «Стереометрия» Кузнецова Е.О., Сельцина Н.В.

#### 3. Краткие теоретические сведения:

а) Призма.

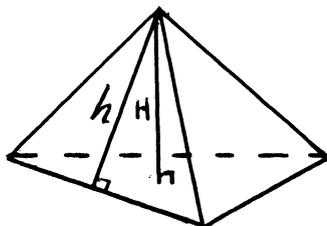


$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_{\text{пол}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

б) Пирамида.



$$S_{\text{пол}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot h \text{ (для правильной)}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot H$$

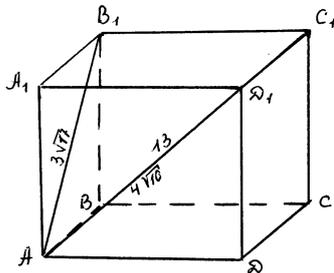
### Примеры решения задач:

#### Задание 1.

Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 13 см, а диагонали его боковых граней равны  $4\sqrt{10}$  см и  $3\sqrt{17}$  см. Найти объём параллелепипеда.

$$AC_1 = 13 \text{ см}, \quad AD_1 = 4\sqrt{10} \text{ см}, \quad AB_1 = 3\sqrt{17} \text{ см}.$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot AA_1$$



$$\text{Из } \triangle AB_1C_1 : B_1C_1 = \sqrt{13^2 - (3\sqrt{17})^2} = 4 \text{ (см)}$$

$$\text{Из } \triangle AD_1C_1 : D_1C_1 = \sqrt{13^2 - (4\sqrt{10})^2} = 3 \text{ (см)}$$

$$S_{\text{осн}} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$D_1C_1 = A_1B_1$  (противоположные стороны прямоугольника)

$$\text{Из } \triangle AA_1B_1 : AA_1 = \sqrt{(3\sqrt{17})^2 - 3^2} = 12 \text{ (см)}$$

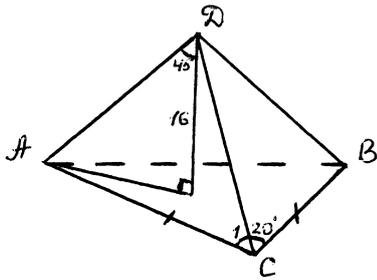
$$V = 12 \cdot 12 = 144 \text{ (см}^3\text{)}.$$

#### Задание 2.

Основанием пирамиды является равнобедренный треугольник с углом  $120^\circ$ . Боковые ребра образуют с её высотой, равной 16 ед, углы в  $45^\circ$ . Найти площадь основания пирамиды.

$AD = BD = CD$  (из равенства прямоугольных треугольников  $\triangle ADO, \triangle BDO, \triangle CDO$ ).

Значит высота пирамиды проходит через центр окружности, описанной около основания. Из  $\triangle ADO : AO = 16$  (т.к.  $AO = OD$ ). Радиус описанной окружности  $R = 16$ .



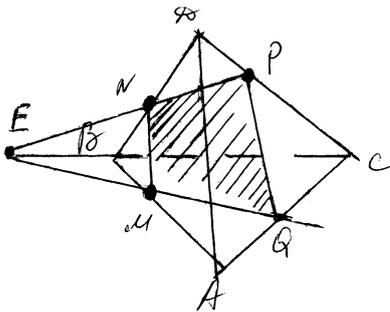
Рассмотрим  $\triangle ABC$ :  $\angle A = \angle B = 30^\circ$ . Применяя для  $\triangle ABC$  теорему синусов, получим  $\frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{BC}{\sin 30^\circ} = \frac{AB}{\sin 120^\circ} = 2R = 32$ . Откуда

$AC = 16, BC = 16, AB = 16\sqrt{3}$ . По формуле  $S_{\Delta} = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$  находим:

$$S_{\text{осн}} = \frac{16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot 16} = 64\sqrt{3} \text{ (ед}^2\text{)}$$

### Задание 3.

На ребрах  $AB, BD$  и  $CD$  тетраэдра  $ABCD$  отмечены точки  $M, N, P$ . Построить сечение тетраэдра плоскостью  $M, N, P$ .



Точка  $M$  – общая точка этих плоскостей. Для построения ещё одной общей точки продолжим отрезки  $NP$  и  $BC$  до их пересечения в точке  $E$ . Следовательно, плоскости  $MNP$  и  $ABC$  пересекаются по прямой  $ME$ . Прямая  $ME$  пересекает ребро  $AC$  в точке  $Q$ . Четырёхугольник  $NPQM$  – искомое сечение.

## 4. Задания:

### Вариант 1

1. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 3 см и 4 см. Диагональ параллелепипеда составляет с боковым ребром углом  $60^\circ$ . Найти площадь полной поверхности и объём параллелепипеда.
2. сторона основания правильной 4-угольной пирамиды равна 8 см, боковое ребро 5 см. найти площадь полной поверхности и объём.

### Вариант 2

1. В основании треугольной призмы прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см. Площадь наибольшей боковой грани равна  $120 \text{ см}^2$ . Найти площадь полной поверхности и объём призмы.
2. Высота правильной треугольной пирамиды 4 см, двугранный угол при основании равен  $30^\circ$ . Найти площадь полной поверхности и объём.

### Вариант 3

1. В основании прямого параллелепипеда лежит параллелограмм со сторонами 1 см и 4 см и углом  $60^\circ$  между ними. Большая диагональ параллелепипеда равна 5 см. Найти площадь поверхности и объём.
2. В правильной треугольной пирамиде апофема равна 6 см и наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найти площадь поверхности и объём пирамиды.

### Вариант 4

1. стороны основания прямого параллелепипеда равны 3 см и 6 см, угол между ними  $30^\circ$ . Большая диагональ параллелепипеда наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Найти площадь полной поверхности и объём.
2. Боковое ребро в правильной треугольной пирамиде равно 8 см и наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найти площадь поверхности и объём.

### **5. Порядок выполнения работы:**

**5.1.** Изучить краткие теоретические сведения

**5.2.** Решить задания своего варианта

### **6. Содержание отчета:**

**6.1.** Тема и цель занятия

**6.2.** Решение заданий

**6.3.** Ответы на контрольные вопросы

### **7. Контрольные вопросы:**

1. Какая фигура называется тетраэдром?

2. Запишите формулы для вычисления площади поверхности и объёма куба.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 10

### Вычисление площади поверхности и объёма тел вращения

**1. Цель занятия:** закрепить формулы для вычисления площади поверхности и объёма тел вращения.

#### 2. Перечень справочной литературы:

2.1. Конспект

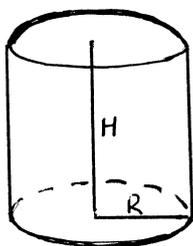
2.2. Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия: Учебник для СПО.- М.: Академия, 2019(Основное печатное издание – ОПИ 1.).

2.3 Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Сборник задач профильной направленности: Учебное пособие для СПО.- М.: Академия, 2018.- 208с. (Основное печатное издание – ОПИ 2.).

2.4. Методическое пособие по математике. Тема «Стереометрия». Ростов-на-Дону, Кузнецова Е.О., Сельцина Н.В.

#### 3. Краткие теоретические сведения:

1. Цилиндр.

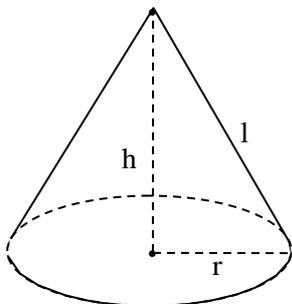


$$S_{\text{бок}} = 2\pi RH, \quad S_{\text{осн}} = \pi R^2.$$

$$S_{\text{пов}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}.$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

2. Конус.

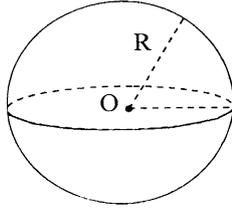


$$S_{\text{бок}} = \pi rl, \quad S_{\text{осн}} = \pi r^2.$$

$$S_{\text{пов}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}.$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$$

3. Шар.



$$S_{\text{пов}} = 4\pi R^2 \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

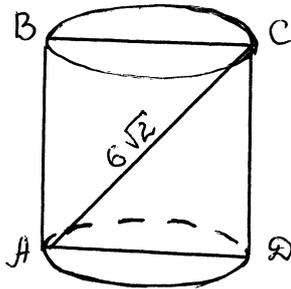
### Примеры решения задач:

#### Задание 1.

Осевое сечение цилиндра-квадрат диагональ, которого равна  $6\sqrt{2}$  см. Найти площадь полной поверхности и объём цилиндра.

$$S_{\text{пов}} = 2\pi RH + 2\pi R^2, \quad V = \pi R^2 H. \quad AD = DC, \quad \angle CAD = 45^\circ. \quad \sin 45^\circ = \frac{CD}{AD}, \quad CD = AD \cdot \sin 45^\circ = 6\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6$$

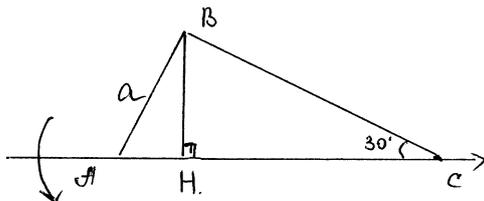
$$H = 6 \text{ см}, \quad R = 3 \text{ см}. \quad S_{\text{пов}} = 2\pi \cdot 3 \cdot 6 + 2\pi \cdot 9 = 54\pi \text{ см}^2, \quad V = 9 \cdot 6\pi = 54\pi \text{ см}^3$$



#### Задание 2.

Прямоугольный треугольник с катетом  $a$  и противолежащим ему углом  $30^\circ$  вращается вокруг гипотенузы. найти площадь поверхности полученной фигуры вращения.

Опустим высоту  $BH$ . Прямоугольные треугольники  $ABH$  и  $BHC$  при вращении образуют конические поверхности.



$$S_{\text{пов}} = \pi \cdot AB \cdot BH + \pi \cdot BH \cdot BC. \quad AC = 2a, \quad BC = a\sqrt{3}, \quad BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$S_{\text{пов}} = \pi \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} + \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2} + \frac{3a^2\pi}{2} \text{ ед}^2.$$

### Задание 3.

Сколько кожи пойдет на покрышку футбольного мяча радиусом 10см (на швы добавить 8% от площади поверхности мяча).

$$S_{\text{пов}} = 4\pi R^2$$

$$S_{\text{пов}} = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^2 = 1256(\text{см}^2)$$

$$1256 : 100\% \cdot 8\% = 100,48(\text{см}^2) - \text{швы}$$

$$1256 + 100,48 = 135,48(\text{см}^2)$$

## **4. Задания:**

### Вариант 1

1. Найти площадь поверхности конуса, если угол между образующей и плоскостью основания равен  $60^\circ$ , а площадь основания равна  $16\pi\text{см}^2$ .
2. Осевое сечение цилиндра - квадрат, диагональ которого равна 4дм. Найти объём цилиндра.

### Вариант 2

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 10см и образует с высотой цилиндра угол  $30^\circ$ . Найти площадь полной поверхности цилиндра.
2. Площадь основания конуса  $9\pi\text{см}^2$ , угол между высотой конуса и образующей равен  $60^\circ$ . Найти объём конуса.

### Вариант 3

1. Высота конуса равна 2дм, угол при вершине его осевого сечения  $120^\circ$ . Найти площадь полной поверхности конуса.
2. Осевое сечение цилиндра – квадрат, периметр которого равен 32см. Найти объём цилиндра.

### Вариант 4

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 8см и наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Найти площадь полной поверхности цилиндра.
2. Длина образующей конуса равна  $3\sqrt{3}$ , а длина окружности основания равна  $2\sqrt{2}\pi$ . Найти объём конуса.

## **5. Порядок выполнения работы:**

**5.1.** Изучить краткие теоретические сведения

**5.2.** Решить задания своего варианта

## **6. Содержание отчета:**

**6.1.** Тема и цель занятия

**6.2.** Решение заданий

**6.3.** Ответы на контрольные вопросы

## 7. Контрольные вопросы:

1. Что представляет собой осевое сечение цилиндра, конуса, шара?
2. Результат вращения, каких фигур есть цилиндр, конус, шар?

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 11

### Решение практических задач по теории вероятностей

1. **Цель занятия:** отработать навык решения задач по данной теме.

### 2. Перечень справочной литературы:

2.1. Конспект

2.2. Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия: Учебник для СПО.- М.: Академия, 2019(*Основное печатное издание – ОПИ 1.*).

2.3 Башмаков М.И. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Сборник задач профильной направленности: Учебное пособие для СПО.- М.: Академия, 2018.- 208с. (*Основное печатное издание – ОПИ 2.*).

### 3. Краткие теоретические сведения:

1. Элементы комбинаторики.

Размещения – упорядоченные выборки  $k$  элементов из  $n$  ( $k \leq n$ )

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Перестановки – выборки, которые отличаются только порядком расположения элементов.

$$P_n = n! \quad (P_n = A_n^n)$$

Сочетания – неупорядоченные выборки  $k$  элементов из  $n$  элементов

$$(k \leq n). \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{или} \quad C_n^k = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

Бином Ньютона:  $(a+b)^n = C_n^0 a^n b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + C_n^n a^0 b^n$ , где

$C_n^k$  – биномиальные коэффициенты.

2. Элементы теории вероятности.

Пусть  $A$  – событие, его вероятность,  $P(A) = \frac{m}{n}$ , где  $m$  – число исходов

благоприятствующих событию  $A$ ,  $n$  – число всех исходов.

Если  $A$  и  $B$  несовместные события, то:

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

Если  $A$  и  $B$  – произвольные события, то:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B \setminus A) = P(B) \cdot P(A / B)$$

### Примеры решения задач:

#### Задание 1.

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} C_x^y = C_x^{y+2} \\ C_x^2 = 66 \end{cases}$$

$$1) C_x^2 = 66,$$

$$\frac{x \cdot (x-1)}{2!} = 66$$

$$x^2 - x = 132$$

$$x^2 - x - 132 = 0$$

$$x_1 = 12$$

$$x_2 = -11 - \text{посторонний корень}$$

т.к.  $x > 2$ .

$$\text{Ответ: } x = 12, y = 5$$

2) используя формулу

$$(C_n^k = C_n^{n-k})$$

$$C_{12}^{12-y} = C_{12}^{y+2}, \text{ откуда}$$

$$12 - y = y + 2,$$

$$y = 5$$

#### Задание 2.

Решить уравнение  $A_{n-2}^3 = 4A_{n-3}^2$

$$\frac{(n-2)!}{(n-5)!} = 4 \cdot \frac{(n-3)!}{(n-5)!} \text{ откуда } n-2 = 4, n = 6.$$

#### Задание 3.

В урне 12 белых и 8 черных шаров. Вынимают на удачу два шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

$$C_{20}^2 = \frac{20!}{18!2!} = \frac{19 \cdot 20}{2} = 190 - \text{число возможных случаев сочетаний по два.}$$

$$C_8^2 = \frac{8!}{6!2!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28 - \text{число возможных случаев появления двух черных}$$

шаров.

$$P = \frac{28}{190} = \frac{14}{95} = 0,147 - \text{вероятность появления двух черных шаров.}$$

#### Задание 4.

У продавца имеется 10 красных, 8 синих, 5 зеленых и 15 желтых шаров. Вычислить вероятность того, что купленный шар окажется красным, синим или зеленым.

Пусть событие  $A$  – купленный шар красный  
событие  $B$  – купленный шар синий  
событие  $C$  – купленный шар зеленый.

$$P(A) = \frac{10}{38}, P(B) = \frac{8}{38}, P(C) = \frac{5}{38}.$$

Так как события  $A, B, C$  несовместны, то

$$P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{10}{38} + \frac{8}{38} + \frac{5}{38} = \frac{23}{38} \approx 0,605.$$

#### Задание 5.

В первой урне находятся 6 черных и 4 белых шара, во второй 5 черных и 7 белых шаров. Из каждой урны извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся белыми?

Пусть событие  $A$  – из 1-ой урны извлечен белый шар, событие  $B$  – из 2-ой урны извлечен белый шар. Очевидно, события  $A$  и  $B$  независимы.

$$P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}, P(B) = \frac{7}{12}.$$

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{12} = \frac{14}{60} = \frac{7}{30}.$$

#### **4. Задания:**

##### Вариант 1

1. Вычислить:  $A_{10}^4, C_{15}^{13}, A_7^3 + A_6^3 + A_5^3$ .
2. Решить уравнение:  $C_x^2 = 153$
3. В урне 7 белых и 5 черных шаров. Найти вероятность того, что  
а) наудачу вынутый шар окажется черным;  
б) два наудачу вынутых шара окажутся черными.
4. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, а в другой 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба окажутся белыми

##### Вариант 2

1. Вычислить:  $A_5^8, C_{12}^9, A_5^2 \cdot A_4^2 \cdot A_3^2$ .
2. Решить уравнение:  $C_x^2 - 2 = 21$
3. В урне 9 синих и 13 зеленых шаров. Найти вероятность того, что  
а) наудачу вынутый шар окажется зеленым;  
б) два наудачу вынутых шара окажутся зелеными;
4. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, а в другой 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба окажутся черными.

##### Вариант 3

1. Вычислить:  $A_{12}^5, C_8^3, C_6^4 + C_5^0$ .
2. Решить уравнение:  $A_{2x}^3 = 14 \cdot A_x^3$
3. В урне 8 красных и 10 синих шаров. Найти вероятность того, что
  - а) наудачу вынутый шар окажется синим;
  - б) два наудачу вынутых шара окажутся синими;
4. В одной урне находятся 5 белых и 4 черных шаров, а в другой 6 белых и 8 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба окажутся белыми.

#### Вариант 4

1. Вычислить:  $A_{10}^3, C_{12}^8, \frac{A_6^5 + A_6^4}{A_6^3}$
2. Решить уравнение:  $A_x^3 = 12x$
3. В урне 7 белых и 9 черных шаров. Найти вероятность того, что
  - а) наудачу вынутый шар окажется белым;
  - б) два наудачу вынутых шара окажутся белыми;
4. В одной урне находятся 5 белых и 4 черных шаров, а в другой 6 белых и 8 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба окажутся черными.

#### **5. Порядок выполнения работы:**

**5.1.** Изучить краткие теоретические сведения

**5.2.** Решить задания своего варианта

#### **6. Содержание отчета:**

**6.1.** Тема и цель занятия

**6.2.** Решение заданий

**6.3.** Ответы на контрольные вопросы

#### **7. Контрольные вопросы:**

1. Чему равна вероятность достоверного события?

2. Чему равна вероятность невозможного события?