МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ «РОСТОВСКИЙ-НА-ДОНУ КОЛЛЕДЖ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, ИНФОРМАЦИОННЫХ И ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»
(ГБПОУ РО «РКРИПТ»)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ОП.02 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Специальность:

09.02.01 Компьютерные системы и комплексы

Квалификация выпускника:

специалист по компьютерным системам

Форма обучения: очная

2023

СОГЛАСОВАНО Начальник методического отдела ____________ Н.В. Вострякова «26» апреля 2023 г.	УТВЕРЖДАЮ Заместитель директора по учебно-методической работе ____________ С.А.Будасова «26» апреля 2023 г.

ОДОБРЕНО
Цикловой комиссией физико-математических и естественнонаучных дисциплин

Пр. № 4 от «23» марта 2023 г.

Председатель ЦК
____________ О.Б. Петрикина

Методические указания по выполнению практических (лабораторных) работ разработаны в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины ОП.02 Дискретная математика для специальности **09.02.01 Компьютерные системы и комплексы**

Разработчик: Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Ростовской области «Ростовский-на-Дону колледж радиоэлектроники, информационных и промышленных технологий» (ГБПОУ РО «РКРИПТ»)

Введение

Практические занятия по учебной дисциплине ОП.02 Дискретная математика
составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки и направлены на подтверждение теоретических положений и формирование практических умений:

- формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения;
- применять законы алгебры логики;
- определять типы графов и давать их характеристики; строить простейшие автоматы.

Практические занятия относятся к основным видам учебных занятий.

Выполнение студентами практических работ направлено:

– на обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин;

– формирование умений применять полученные знания на практике;

– реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;

– развитие интеллектуальных умений (аналитических, проектировочных, конструкторских и др.) у будущих специалистов;

– выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Ведущей дидактической целью практических занятий является экспериментальное подтверждение и проверка существенных теоретических положений (законов, зависимостей).

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование практических умений – профессиональных (выполнять определенные действия, операции, необходимые в последующем в профессиональной деятельности) или учебных, необходимых в последующей учебной деятельности.

Содержанием практических работ по дисциплине являются экспериментальная проверка формул, методик расчета, установление и подтверждение закономерностей, ознакомление с методиками проведения экспериментов, процессов и др. В ходе выполнения заданий у студентов формируются практические умения и навыки обращения с различными приборами, установками, лабораторным оборудованием, аппаратурой, которые могут составлять часть профессиональной практической подготовки, а также исследовательские умения (наблюдать, сравнивать, анализировать, устанавливать зависимости, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследование, оформлять результаты).

Содержанием практических занятий по дисциплине являются решение разного рода задач, в том числе профессиональных (анализ производственных ситуаций, решение ситуационных производственных задач, выполнение профессиональных функций в деловых играх и т.п.), выполнение вычислений, расчетов, чертежей, работа с измерительными приборами, оборудованием, аппаратурой, работа с нормативными документами, инструктивными материалами, справочниками, составление проектной, плановой и другой технической и специальной документации и другое.

Содержание практических занятий охватывают весь круг профессиональных умений, на подготовку к которым ориентирована данная дисциплина, которые в дальнейшем закрепляются и совершенствуются в процессе курсового проектирования, практикой по профилю специальности и преддипломной практикой.

Практические занятия проводятся в специально оборудованных учебных лабораториях. Практическое занятие проводится в учебном кабинете. Продолжительность занятия – не менее 2-х академических часов. Необходимыми структурными элементами занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также организация обсуждения итогов выполнения работы.

Все студенты, связанные с работой в кабинете, обязаны пройти инструктаж по безопасному выполнению работ, о чем расписываются в журнале инструктажа по технике безопасности.

Выполнению практических работ предшествует проверка знаний студентов, их теоретической готовности к выполнению задания.

Практически работы студенты выполняют под руководством преподавателя. Объем заданий для практических занятий спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть выполнены качественно большинством студентов.

Формы организации работы обучающихся практических занятиях: фронтальная, групповая и индивидуальная.

При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу. При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется бригадами по 2 - 5 человек. При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.

Отчет по практической работе представляется в печатном виде в формате, предусмотренном шаблоном отчета по практической работе. Защита отчета проходит в форме доклада обучающегося по выполненной работе и ответов на вопросы преподавателя.

Оценки за выполнение практических работ выставляются по пятибалльной системе или в форме зачета и учитываются как показатели текущей успеваемости студентов.

Критерии оценки лабораторных, практических работ.

Оценка «5» ставится, если обучающийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Практическая работа №1
Выполнение операций над множествами

1. Цель работы: получить практические навыки выполнения операций над множествами

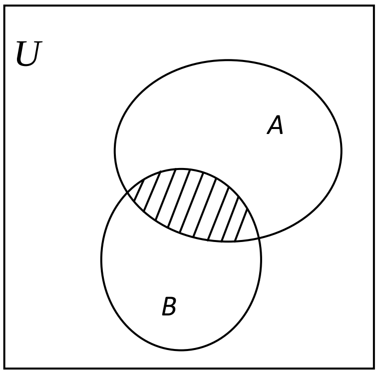
2. Теоретические сведения

Множество *A* является *подмножеством* множества *B*, если по определению $A \subseteq B$, т.е. $\forall x \in A \Rightarrow x \in B$.

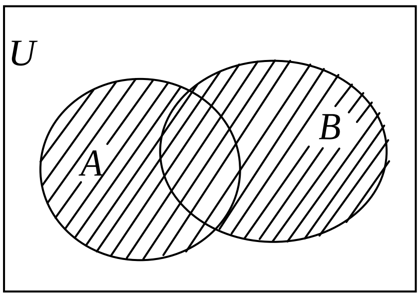
Множество *A* является *собственным подмножеством* множества *B*, если по определению $A \subset B$, т.е. $\left(\forall x \in A \Rightarrow x \in B\right) \wedge \left(\exists y \in B \mid y \notin A\right)$.

Операции над множествами:

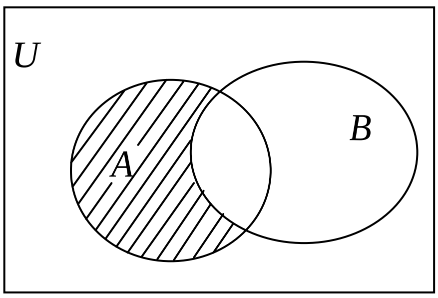
А) Операция пересечения: $A \cap B = \left\{x \mid x \in A \wedge x \in B\right\}$;



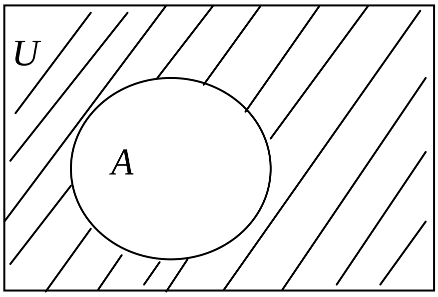
Б) Операция объединения: $A \cup B = \left\{x \mid x \in A \vee x \in B\right\}$



В) Операция разности: $A \setminus B = \left\{x \mid x \in A \wedge x \notin B\right\}$



В) Операция дополнения: $\overline{A} = \left\{x \mid x \notin A\right\}$



3 Задания

3.1Указать

Вариант1	Вариант2	Вариант3
все подмножества множества{ 4,6,8}	все подмножества множества { 3,6,8}	все подмножества множества{ 1,6,8}
все собственные подмножества множества{ 4,6,8}	все собственные подмножества множества{ 3,6,8}	все собственные подмножества множества{ 1,6,8}
Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
все подмножества множества{ 4,7,9}	все подмножества множества{ 1,6,7}	все подмножества множества{ 3,5,9}
все собственные подмножества множества{ 4,7,9}	все собственные подмножества множества{ 1,6,7}	все собственные подмножества множества{ 3,5,9}

3.2 Найти.

Вариант1	Вариант2	Вариант3
$\{a, b, c\} \cap \{a, c, d, f\}$;	$\{c,d,e\}\cap\{a,c,d,e,f\}$;	$\{a,d,e\}\cap\{a,c,d,e,f\}$;
$\{a, b, c\} \cap \{b, c\}$;	$\{a,c,e\}\cap\{c,e,f,k\}$;	$\{a,b,e\}\cap\{d,e,f,k\}$;
$\{a, b, c, d\} \setminus \{a, f, g, k\}$	$\{a,c,d,e,f\}\cap\{e,f,k,g\}$;	$\{a,d,e,f\}\cap\{e,f,k,g\}$;
Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
$\{k,l,m\}\cap\{k,l,m,n,o\}$;	$\{d,e,f,g\}\cap\{a,c,d,e,\}$;	$\{o,q,r\}\cap\{o,p,q\}$;
$\{o,p,q\}\cap\{m,n,o,q\}$;	$\{a,c,e\}\cap\{c,e,f,k\}$;	$\{a,b,e\}\cap\{a,e,f,k\}$;
$\{b,c,d,e\}\cap\{b,e,f,k\}$;	$\{a,c,d,e,f\}\cap\{e,f,k,g\}$;	$\{c,d,e,f\}\cap\{d,e,f,k\}$;

3.3 Изобразить на числовой прямой пересечение , объединение и разность множеств

Вариант1	Вариант2	Вариант3
A=$\{x\|x\in R$ и $-5\leq x<2\}$ B= $\{x\|x\in R$ и $-1\leq x<4\}$	A=$\{x\|x\in R$ и $-5\leq x<2\}$ B= $\{x\|x\in R$ и $-1\leq x<4\}$	A=$\{x\|x\in R$ и $-3< x<2\}$ B= $\{x\|x\in R$ и $-1\leq x<4\}$

$A=\{x\|x\in R$ и $3<x<5\}$ $B=x\|x\in R$ и $4\le x<7\}$	$A=\{x\|x\in R$ и $-5\le x<2\}$ $B=\{x\|x\in R$ и $-1\le x<4\}$	$A=\{x\|x\in R$ и $-6\le x<3\}$ $B=\{x\|x\in R$ и $-2\le x<4\}$
Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
$A=\{x\|x\in R$ и $-2\le x<3\}$ $B=\{x\|x\in R$ и $-3<x<6\}$	$A=\{x\|x\in R$ и $-6\le x<5\}$ $B=\{x\|x\in R$ и $-4<x<6\}$	$A=\{x\|x\in R$ и $-7<x<3\}$ $B=\{x\|x\in R$ и $-5\le x<7\}$
$A=\{x\|x\in R$ и $-1\le x<2\}$ $B=\{x\|x\in R$ и $-3\le x<1\}$	$A=\{x\|x\in R$ и $-2\le x<3\}$ $B=\{x\|x\in R$ и $-4<x<5\}$	$A=\{x\|x\in R$ и $-9<x<8\}$ $B=\{x\|x\in R$ и $-10<x<9\}$

3.4 Даны множества A и B.Найти A^2,B^2, A*B

Вариант1	Вариант2
$A=\{3,4,5\}$ $B=\{1,2\}$	$A=\{1,2,3\}$ $B=\{2,3\}$
Вариант 3	Вариант 4
$A=\{1,4,6\}$ $B=\{1,3\}$	$A=\{3,5,7\}$ $B=\{4,5\}$
Вариант 5	Вариант 6
$A=\{2,4,6\}$ $B=\{3,4\}$	$A=\{2,4,6\}$ $B=\{3,5\}$

3.5 Исходя из определения равенства множеств и операций над множествами, проверить тождества и проиллюстрировать решение с помощью *диаграмм Эйлера-Венна*

Вариант1	Вариант2
$A\setminus B=A\cap\overline{B}$;	$A\setminus(B\cup C)=(A\setminus B)\cap(A\setminus C)$
$A\setminus(A\setminus B)=A\cap B$;	$A\setminus(B\cap C)=(A\setminus B)\cup(A\setminus C)$
$B\cup(A\setminus B)=A\cup B$	$A\cap(B\cup(A\cap C))=(A\cap B)\cup(A\cap C)$
Вариант 3	Вариант 4
$A\setminus(B\cap C)=(A\setminus B)\cap(A\setminus C)$	$(A\vee B)\cap(A\vee\neg B)=A$
$A\setminus B=A\setminus(A\cap B)$	$(\neg A\vee B)\cap A=A\cap B$
$A\vee B=A\vee(B\setminus A)$	$A\setminus C=A\setminus(A\cap C)$
Вариант 5	Вариант 6
$A\setminus D=A\setminus(A\cap D)$	$A\vee E=A\vee(E\setminus A)$
$(\neg A\vee C)\cap A=A\cap C$	$(\neg D\vee B)\cap D=D\cap B$
$A\setminus(B\cap D)=(A\setminus B)\cap(A\setminus D)$	$A\setminus C=A\setminus(A\cap C)$

3.6 Дано три множества A, B, C. Известно, что $a\in A$. Укажите верны ли утверждения

Вариант1	Вариант2
$\{a\}\in B$	$a\subseteq A\cap B$

$a \subset A \cap B$	$\{a\} \in A \cap C$
Вариант 3	Вариант 4
$\{a\} \in A \cap B$	$\{a\} \in A \cap C$
$a \subset A \vee B \vee C$	$a \in A \vee B \vee C$
Вариант 5	Вариант 6
$a \subset B \vee C$	$\{a\} \subseteq A \vee B \vee C$
$\{a\} \in A \vee B \vee C$	$a \subset B \vee C$

4 Порядок выполнения

4.1 Для выполнения заданий следует графически изобразить множества.
4.2 Объединение и пересечение множеств можно получить, предварительно изобразив их.

5 Содержание отчёта

5.1 Наименование и цель работы
5.2 Письменно выполненные задания

6 Контрольные вопросы

6.1 Понятие множества. Элементы множеств.
6.2 Операции над множествами

7 Перечень используемой литературы

7.1 Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2010.
7.2 Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2008.
7.3 Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2008.

Практическая работа №2
Определение эквивалентности отношения

1. Цель работы: получить практические навыки определения бинарных отношений на множествах

2. Теоретические сведения

Отношение - это одна из форм всеобщей взаимосвязи всех предметов, явлений, процессов в природе, обществе и мышлении. Спектр отношений на множествах многоаспектен, начиная с определения понятия множества, аксиоматики и заканчивая разбором парадоксов. Различных отношений на множестве бесконечно. Но, когда говорят об бинарных отношениях, то подразумевают отношения между двумя величинами, объектами, высказываниями.

Обычно отношения обозначают латинской буквой R.

Если xRx для любого x из поля отношения R то такое отношение называют рефлексивным, где x и x - объекты мысли , а R - это знак о том или ином виде отношения между объектами мысли.

Если $xRy \rightarrow yRx$, то такое отношение называется симметричным, где $\rightarrow$ - знак импликации, сходный с союзом " если..., то..."

Если ($xRy \vee y\,R\,z$) $\rightarrow$ xRz, то такое отношение называется транзитивным, где $\vee$ - знак конъюнкции.

Бинарное отношение, которое одновременно рефлексивно, симметрично и транзитивно называется отношением эквивалентности.

Таким образом, отношение эквивалентности бинарных отношений характеризуется следующими СВОЙСТВАМИ:

1) рефлексивностью: ($M \sim N$);
2)симметричностью: если $M \sim N$, то $N \sim M$;
3) транзитивностью: если $M \sim N$ и $N \sim P$ то $M \sim P$.

3 Задания

3.1 Сформулируйте определение отношения. Приведите примеры отношений, заданных на множестве дробей.

3.2. Составьте минимальное по числу элементов отношение эквивалентности ρ на множестве А {1,2,3,4,5} так , чтобы

Вариант1	Вариант2	Вариант3
(1,2) $\in\rho$ и (2,3) $\in\rho$	(2,3) $\in\rho$ и (3,4) $\in\rho$	(3,4) $\in\rho$ и (4,5) $\in\rho$
Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
(1,3) $\in\rho$ и (2,3) $\in\rho$	(1,4) $\in\rho$ и (2,4) $\in\rho$	(1,5) $\in\rho$ и (2,5) $\in\rho$

Пример 4. Придумайте минимальное (по числу элементов) отношение эквивалентности ρ на множестве $A = \{1,2,3,4,5\}$ так, чтобы $(1,2) \in \rho$ и $(2,3) \in \rho$.

Решение. Отношение эквивалентности рефлексивно, поэтому данному отношению обязательно должны принадлежать пары $(1,1)$, $(2,2)$, $(3,3)$, $(4,4)$, $(5,5)$. Отношение эквивалентности симметрично, поэтому наряду с парами $(1,2)$, $(2,3)$ данному отношению обязаны принадлежать пары $(2,1)$, $(3,2)$. В силу транзитивности отношения ρ ему обязана принадлежать вместе с парами $(3,2)$, $(2,1)$ пара $(3,1)$ (и, следовательно, $(1,3)$). Таким образом, минимальное отношение эквивалентности, которое мы можем построить, имеет вид

$$\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(1,2),(2,1),(2,3),(3,2),(3,1),(1,3)\}.$$

3.3 Покажите, что объединение двух отношений эквивалентности может не являться отношением эквивалентности.

На множестве А = {1,2,3,4,5}надо рассмотреть два отношения эквивалентности

ρ_1= {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(1,2)(2,1)};

ρ_2= {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(3,2)(2,3)}, а затем объединение данных отношений

4 Порядок выполнения

4.1 Ознакомиться с литературой

4.2 Выполнить задания

Практическая работа № 3
Решение комбинаторных задач

1. Цель работы: освоить практические методы решения комбинаторных задач

2 Теоретические сведения

Комбинаторика изучает количества комбинаций, подчиненных определенным условиям, которые можно составить из элементов безразлично какой природы, заданного конечного множества. Рождение комбинаторного анализа (комбинаторики) как раздела математики связано с трудами Блеза Паскаля и Пьера Ферма по теории азартных игр.

При решении комбинаторных задач наиболее часто применяют правило суммы и правило произведения для непересекающихся множеств.

Правило суммы

Если элемент A_1 может быть выбран n_1 способами, элемент A_2 - другими n_2 способами, A_3 - отличными от первых двух n_3 способами и т.д., A_k - n_k способами, отличными от первых $(k-1)$, то выбор одного из элементов: или A_1, или A_2, …, или A_k может быть осуществлен $n_1+n_2+...+n_k$ способами.

Правило произведения: Если элемент A_1 может быть выбран n_1 способами, после каждого такого выбора элемент A_2 может быть выбран n_2 способами и т.д., после каждого $(k-1)$ выбора элементов A_1, или A_2, …, или A_k в указанным порядке может быть осуществлен $n_1 n_2 ... n_k$ способами.

Основные формулы комбинаторики:

Определение комбинаций		Формула	Пример
БЕЗ ПОВТОРЕНИЙ	РАЗМЕЩЕНИЯ Комбинации из n элементов по m, отличающиеся либо составом элементов, либо порядком их расположения, либо и тем и другим одновременно.	$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$	Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 5, 7 и 9, если цифры не должны повторяться? Решение. Так как порядок цифр в числе важен, то искомое число комбинаций бу-дет равно $A_4^3 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 = 24$
	СОЧЕТАНИЯ Комбинации из n элементов по m, отличающиеся только составом элементов.	$C_n^m = \frac{n!}{m!\cdot(n-m)!}$ $C_n^0 = 1$	Сколько различных наборов из 3 книг можно сделать, если на полке находится 12 различных книг. Решение. Так как порядок выбора книг не важен, то искомое число комбинаций бу-дет равно $C_{12}^3 = \frac{12!}{(12-3)!\cdot 3!} = \frac{12!}{9!\cdot 3!} = \frac{10\cdot 11\cdot 12}{2\cdot 3} = 220$

	ПЕРЕСТАНОВКИ Комбинации из n элементов, отличающиеся только порядком расположения элементов.	$P_n = n!$	Имеется семь животных разного вида, которые необходимо подарить семи дет-ским домам. Сколько различных ком-бинаций можно сделать, если каждому детскому дому можно подарить только одного животного? Решение. Так как семь животных необходимо разместить в семь детских до-мов, то искомое число комбинаций будет равно $P_n = 7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$
С ПОВТОРЕНИЕМ	РАЗМЕЩЕНИЯ Комбинации из n элементов по m, отличающиеся либо составом эле-ментов, либо порядком их распо-ложения, либо и тем и другим од-новременною, в которых не-сколько или все элементы могут оказаться одинаковыми.	$\tilde{A}_n^m = n^m$	Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 5, 7 и 9? Решение. Так как порядок цифр в числе важен и не сказано, что цифры не должны повторяться, то искомое число комбина-ций будет равно $\tilde{A}_4^3 = 4^3 = 64$
	СОЧЕТАНИЯ Комбинации из n элементов по m, отличающиеся только составом элементов, в которых несколько или все элементы могут оказаться одинаковыми.	$\tilde{C}_n^m = C_{n+m-1}^m$	В конкурсе участвуют 10 студентов по 5 номинациям. Сколько существует вариантов распределения призов, если по каждой номинации установлены одинаковые призы. Решение. Поскольку один студент может победить в нескольких номинациях, то искомое число комбинаций будет равно $\tilde{C}_{10}^5 = C_{10+5-1}^5 = C_{14}^5 = \frac{14!}{5! \cdot (14-5)!} = 2002$.
	ПЕРЕСТАНОВКИ Комбинации из n элементов, отличающиеся только порядком расположения элементов, в которых 1-ый элемент встречается n_1 раз, 2-ой элемент встречается n_2 раза, k-ый элемент встречается n_k раз..	$P_n(n_1; n_2; ...) = \frac{n!}{n_1! n_2! ...}$	Сколько различных слов можно получить из букв слова «гиппопотам»? Решение. Поскольку в слове «гиппопотам» буква «п» встречается 3 раза, а буква «о» - 2 раза, то искомое число комбинаций будет равно $P_{10}(3;2) = \frac{10!}{3! \cdot 2!} = 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 302400$.

3. Задание

3.1Решить уравнение

Вариант1	Вариант2	Вариант3
$\frac{C_{2x}^{x+1}}{C_{2x+1}^{x-1}}=\frac{2}{3}$, $x\in N$	$A_{x-1}^2-C_x^1=79$, $x\in N$	$3C_{x+1}^2-2A_x^2=x$, $x\in N$
$A_x^3+C_x^{x-2}=14x$, $x\in N$	$C_{x+1}^{x-4}=\frac{7}{15}A_{x+1}^3$, $x\in N$	$C_{x+1}^3:C_x^4=6:5$, $x\in N$.
Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
$\frac{C_{x+1}^2}{C_x^3}=\frac{4}{5}$, $x\in N$	$12C_x^1+C_{x+4}^2=162$, $x\in N$	$A_{x+1}^3+C_{x+1}^{x-1}=14\cdot(x+1)$, $x\in N$
$C_{x+1}^2\cdot A_x^2-4x^3=\left(A_{2x}^1\right)^2$, $x\in N$.	$3C_{x+1}^2+P_2\cdot x=4A_x^2$, $x\in N$	$\frac{C_{2x}^{x+1}}{C_{2x+1}^{x-1}}=\frac{2}{3}$, $x\in N$

3.2 Решить задачу

Вариант1	Вариант2	Вариант3
На один ряд, в котором 8 стульев, рассаживаются 5 юношей и 3 девушки. Сколькими способами они могут сесть, чтобы не все девушки оказались сидящими рядом?	Двенадцати ученикам выданы два варианта контрольной работы. Сколькими способами их можно посадить в два ряда, чтобы рядом не было одинаковых вариантов, а у сидящих друг за другом был один и тот же вариант?	В 12-этажном доме на первом этаже в лифт садится 9 человек. Известно, что они выйдут группами в 2, 3 и 4 человека на разных этажах. Сколькими способами они могут это сделать, если на втором этаже лифт не останавливается?
Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
В хирургическом отделении работает 40 врачей. Сколькими способами из них можно образовать бригаду в составе: а) хирурга и ассистента; б) хирурга и четырех его ассистентов?	В 10 урнах распределены 6 белых и 6 черных одинаковых по размеру шаров, причем в каждой урне имеется хотя бы один шар. Сколько существует различных вариантов распределения шаров?	Семь различных предметов нужно распределить между тремя людьми. Сколькими способами это можно сделать, если одному или двум из них может не достаться ни одного предмета?

4. Порядок выполнения работы

4.1 Ознакомиться с литературой.

4.2 Выполнить задание

5. Содержание отчёта.

5.1Наименование и цель работы.

5.2 Решение задания.

6. Контрольные вопросы

6.1 Дайте определение размещения.
6.2 Дайте определение сочетания.
6.3.Дайте определение перестановки

7. Перечень используемой литературы

7.1 Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2019.
7.2 Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2018.
7.3Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2018

Практическая работа № 4
Вычисление дискретно-математических структур

1. Цель работы: получить практические навыки решения комбинаторных задач с помощью составления специальных схем

2. Теоретические сведения

Комбинаторный анализ имеет практическое применение в программировании при вычислении дискретно-математических структур.

Существует единый подход к решению самых разных комбинаторных задач с помощью составления специальных схем. Внешне такая схема напоминает дерево, отсюда название – ***дерево возможных вариантов*.** При правильном построении дерева ни один из возможных вариантов решения не будет потерян.

Рассмотрим задачу о составлении двузначных чисел из цифр 1, 4 и 7. Для ее решения можно построить специальную схему.

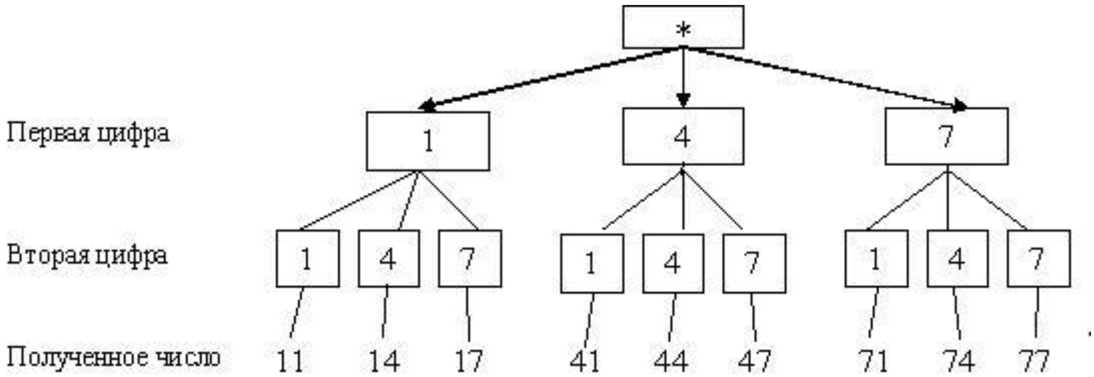


Схема похожа на дерево, правда. Знак “*” изображает корень дерева, ветви дерева – различные варианты решения. Чтобы получить двузначное число, надо сначала выбрать первую его цифру, а для нее есть три варианта: 1, 4 или 7. Поэтому из точки * проведены три отрезка и на концах поставлены цифры 1, 4 и 7.

Теперь надо выбрать вторую цифру, а для этого также есть три варианта: 1, 4 или 7. Поэтому от каждой первой цифры проведено по три отрезка, на концах которых снова записано 1, 4 или 7. Итак, получено всего **9 различных двузначных чисел**. Других двузначных чисел из этих трех цифр составить невозможно.

3. Задание

Вариант1	Вариант2	Вариант3

Сколько трехзначных чисел можно составить, используя цифры 3 и 5?	Сколько трехзначных чисел можно составить, используя цифры 2 и 5?	Сколько трехзначных чисел можно составить, используя цифры 3 и 6?
Туристическая фирма планирует посещение туристами в Италии трех городов: Венеции, Рима и Флоренции. Сколько существует вариантов такого маршрута?	При встрече 8 приятелей обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?	Служитель зоопарка должен дать зайцу два различных овоща. Сколькими различными способами он может это сделать, если у него есть морковь, свекла и капуста?
Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
Сколько трехзначных чисел можно составить, используя цифры 1 и 3?	Сколько трехзначных чисел можно составить, используя цифры 3 и 7?	Сколько трехзначных чисел можно составить, используя цифры 2 и 8?
В доме отдыха повар умел готовить четыре различных супа: щи, борщ, молочный суп с лапшой и фасолевый суп. Мясных блюд он умел делать пять: котлеты, зразы, шницели, биточки и суфле. При этом, к каждому мясному блюду он умел делать три гарнира: гречневую кашу, макароны и картофельное пюре. На сладкое он готовил тоже три блюда: компот, кисель или печеные яблоки. Сколько различных обедов умел готовить этот повар?	В хоккейной команде 5 игроков. Начал комбинацию игрок № 1, продолжили игроки с другими номерами, а забил гол игрок № 5. Каждый хоккеист ударил по шайбе только один раз. Сколько всего возможных вариантов передачи шайбы может быть?	В городе были трехзначные велосипедные номера. Но велосипедисты попросили, чтобы в этих номерах не встречались цифры 0 и 8. Хватит ли им номеров, если в этом городе велосипеды имеют 710 человек?

4 Порядок выполнения работы

4.1Ознакомиться с литературой.

4.2Выполнить задание

5 Содержание отчёта.

5.1Наименование и цель работы.

5.2Решение задания.

6 Контрольные вопросы

6.1Какие задачи решает комбинаторика?

6.2Как строится дерево возможных вариантов?

7 Перечень используемой литературы

7.1Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2019.

7.2Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2018.

7.3Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2018.

Практическое занятие № 5
Построение отображений и проверка свойств отображений

1.Цель работы: приобрести практические навыки построения отображений и проверки свойств отображений

2.Теоретические сведения

Отображение f из множества X во множество Y – это правило, согласно которому каждому элементу x из X ставится в соответствие однозначно определенный y из Y. Отображение f из X в Y чаще всего обозначают следующим образом: f:X->Y.

Областью определения отображения называется множество X;

Областью значений отображения называется множество Y;

f(x) – образ отображения;

x – прообраз отображения;

f^-1(y) – полный прообраз отображения (множество всех прообразов.);

Множеством значений отображения E(f)=f(X) называют множество, состоящее из всей области определения множества;

Инъективным отображением называется отображение, для которого из неравенства x1 и x2 следует неравенство f(x1) и f(x2). Аналогично можно сказать, что из x1=x2 следует, f(x1)=f(x2).

Сюръективным называется отображение, для которого область определения совпадает с множеством значений отображения. Аналогично можно сказать, что полный прообраз не является пустым множеством для любого y из множества значений отображения.

Биективным отображением называется отображение, обладающее признаками инъективности и сюръективности одновременно.

3. Задание 3

3.1Отображение f: R → [-1, 1] задано равенством f(x) = sin x. Найти:

Вариант1	Вариант2
$f(\pi/6)$	$f(\pi/4)$
Вариант 3	Вариант 4
$f(\pi/3)$	$f(0)$
Вариант 5	Вариант 6
$f(\pi/2)$	$f(-\pi/2)$

3.2Определить вид отображения f

Вариант1	Вариант2
A = R, B –множество всех неотрицатель-ных действительных чисел , $\forall x \in A$ $f(x) = x^2$	A = B –множество всех неотрицатель-ных действительных чисел ,$\forall x \in A$ $f(x) = x^2$
Вариант 3	Вариант 4

A –множество всех неотрицательных действительных чисел , B= R ,$\forall x \in A$ $f(x) = x^2$	A = B= R ,$\forall x \in A$ $f(x) = x^2$
Вариант 5	,$\forall x \in A$ Вариант 6
A={1,2,3,4},B={a,b},f={(1a),(2b),(3a),(4b)},	A = B= R f(x) =ax+b,где a,b$\in$ R,a= =/0

4. Порядок выполнения работы

4.1 Ознакомиться с литературой.

4.2 Выполнить задание

5. Содержание отчёта.

5.1 Наименование и цель работы.

5.2 Решение задания.

6. Контрольные вопросы

6.1Что такое отражение множества в множестве?

6.2Что такое образ, что такое прообраз при данном отображении?

6,3Какие два множества называются эквивалентными?

7. Перечень используемой литературы

7.1 Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2019.

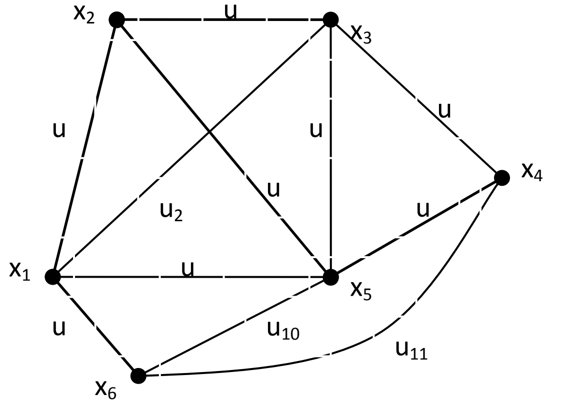
7.2 Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2018.

7.3 Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2018.

Практическая работа № 6
Построение графа , нахождение его характеристик

1. **Цель работы**: получить практические навыки построения графов, нахождения метрических характеристик графов
2. **Теоретические сведения**

Пусть X – непустое множество, X^2 – множество всех его двухэлементных подмножеств. Пара (X,U), где U – произвольное подмножество множества X^2, называется **графом** (неориентированным графом). Элементы множества X называются **вершинами** графа, а элементы множества U – **ребрами**. Итак, граф – это конечное множество X вершин и множество U ребер, $U \subset X^2$.



$X = \{x_1, ...\}$

$U = \{(x_1, x_2), ...\}$

Множество всех вершин графа G, смежных с некоторой вершиной x, называется **окружением вершины** x и обозначается $N(x)$.Окружения вершин $N(x_1) = \{x_2, ...\}$

$N(x_2) = \{..\}$ и т.д.

Пусть G– связный граф, а u и v– две его несовпадающие вершины. Длина кратчайшего (u,v)-маршрута называется **расстоянием между вершинами u и v** и обозначается d(u,v). Положим d(u,u)=0. Очевидно, что введенное таким образом расстояние удовлетворяет следующим аксиомам метрики:

1. d(u, v)≥0;
2. d(u, v)=0 тогда и только тогда, когда u=v;
3. d(u, v)=d(v, u);
4. d(u,v)+d(v,w)=d(u,w)

(неравенство треугольника). Матрица расстояний

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	0	1	1	2	1	1
x_2	…	0	…	…	…	…
x_3	…	…	0	…	…	…
x_4	…	…	…	0	…	…
x_5	…	…	…	…	0	…
x_6	…	…	…	…	…	0

Для фиксированной вершины u величина e(u)=max d (u,v)называется **эксцентриситетом вершины u**.

Максимальный среди всех эксцентриситетов вершин называется **диаметром графа G** и обозначается через d(G): d(G)=max e(u)

Вершина v называется **периферийной**, если e(v)=d(G).

Простая цепь длины d(G), расстояние между концами которой равно d(G), называется **диаметральной цепью**.

Минимальный из эксцентриситетов вершин связного графа называется его **радиусом** и обозначается через r(G).

Вершина v называется **центральной**, если e(v)=r(G). Множество всех центральных вершин графа называется его **центром**. Граф может иметь единственную центральную вершину или несколько центральных вершин. Наконец, центр графа может совпадать с множеством всех вершин.

Передаточное число вершины v **графа** $p(v)$- это сумма расстояний от этой вершины до других вершин графа.Передаточные числа вершин графа

$p(x_1) = ...$ и т.д.

Медиана графа – это вершина графа, у которой сумма расстояний от неё до вершин графа минимальная возможная.

3. Задание

В таблице заданы декартовы координаты вершин графа и перечислены ребра графа.

Построить граф на плоскости Oxy и найти:

1) таблицу степеней вершин;
2) матрицу смежности;
3) матрицу инцидентности;
4) таблицу расстояний в графе;
5) эксцентриситет графа;
6) радиус и диаметр графа;
7) центр графа;
8) периферийные вершины графа.

<table>
<tr><td></td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>x_3</td><td>x_4</td><td>x_5</td><td>x_6</td><td>x_7</td><td>x_8</td></tr>
<tr><td>Вариант1</td><td>(1;3)</td><td>(3;5)</td><td>(6;5)</td><td>(2;2)</td><td>(3;3)</td><td>(1;0)</td><td>(3;0)</td><td>(6;2)</td></tr>
<tr><td colspan="9">$(x_1;x_2)$,$(x_2;x_5)$,$(x_2;x_3)$,$(x_2;x_4)$,$(x_1;x_6)$,$(x_2;x_7)$, $(x_6;x_7)$</td></tr>
<tr><td>Вариант 2</td><td>(4;6)</td><td>(2;4)</td><td>(4;4)</td><td>(6;4)</td><td>(2;0)</td><td>(4;1)</td><td>(6;0)</td><td>(9;2)</td></tr>
<tr><td colspan="9">$(x_1;x_2)$,$(x_2;x_5)$,$(x_2;x_3)$,$(x_1;x_4)$,$(x_4;x_7)$,$(x_6;x_7)$,$(x_1;x_3)$,$(x_3;x_4)$,$(x_5;x_6)$,$(x_3;x_6)$</td></tr>
<tr><td>Вариант3</td><td>(2;3)</td><td>(2;6)</td><td>(3;7)</td><td>(3;5)</td><td>(5;6)</td><td>(5;4)</td><td>(6;6)</td><td>(4;1)</td></tr>
<tr><td colspan="9">$(x_1;x_2)$,$(x_2;x_3)$,$(x_4;x_6)$,$(x_3;x_4)$,$(x_5;x_6)$,$(x_3;x_5)$,$(x_5;x_7)$</td></tr>
<tr><td>Вариант4</td><td>(1;1)</td><td>(2;2)</td><td>(2;4)</td><td>(2;5)</td><td>(3;5)</td><td>(5;5)</td><td>(3;2)</td><td>(5;2)</td></tr>
<tr><td colspan="9">$(x_1;x_2)$,$(x_2;x_3)$,$(x_5;x_6)$,$(x_3;x_5)$,$(x_6;x_8)$,$(x_2;x_7)$,$(x_7;x_8)$,$(x_5;x_7)$</td></tr>
<tr><td>Вариант5</td><td>(1;4)</td><td>(3;5)</td><td>(5;4)</td><td>(1;2)</td><td>(5;2)</td><td>(1;0)</td><td>(5;0)</td><td>(7;1)</td></tr>
<tr><td colspan="9">$(x_1;x_2)$,$(x_2;x_4)$,$(x_2;x_5)$,$(x_2;x_3)$,$(x_4;x_5)$,$(x_6;x_7)$,$(x_5;x_7)$,$(x_4;x_6)$</td></tr>
<tr><td>Вариант6</td><td>(1;7)</td><td>(2;7)</td><td>(6;7)</td><td>(8;5)</td><td>(6;2)</td><td>(2;2)</td><td>(6;5)</td><td>(4;5)</td></tr>
<tr><td colspan="9">$(x_2;x_3)$,$(x_2;x_6)$,$(x_2;x_8)$,$(x_3;x_4)$,$(x_3;x_7)$,$(x_3;x_8)$,$(x_4;x_5)$, $(x_4;x_7)$,$(x_5;x_6)$,$(x_5;x_7)$,$(x_6;x_8)$</td></tr>
</table>

4. Порядок выполнения работы

4.1Ознакомиться с литературой.

4.2 Выполнить задание

5. Содержание отчёта.

5.1 Наименование и цель работы.

5.2 Решение задания.

6. Контрольные вопросы

6.1Что называют графом?

6.2Способы задания графа

6.3Что представляет собой матрица инцидентности ?

6.4Что представляет собой матрица смежности?

7. Перечень используемой литературы

7.1Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2010.

7.2Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2008.

7.3Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2008.

8. Задания для самостоятельной работы.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
B1	(1;3)	(3;5)	(6;5)	(2;2)	(3;3)	(1;0)	(3;0)	(6;2)
$(x_1;x_2)$,$(x_2;x_5)$,$(x_2;x_3)$,$(x_2;x_4)$,$(x_1;x_6)$,$(x_2;x_7)$, $(x_6;x_7)$								
B2	(4;6)	(2;4)	(4;4)	(6;4)	(2;0)	(4;1)	(6;0)	(9;2)
$(x_1;x_2)$,$(x_2;x_5)$,$(x_2;x_3)$,$(x_1;x_4)$,$(x_4;x_7)$,$(x_6;x_7)$,$(x_1;x_3)$,$(x_3;x_4)$,$(x_5;x_6)$,$(x_3;x_6)$								
B3	(2;3)	(2;6)	(3;7)	(3;5)	(5;6)	(5;4)	(6;6)	(4;1)
$(x_1;x_2)$,$(x_2;x_3)$,$(x_4;x_6)$,$(x_3;x_4)$,$(x_5;x_6)$,$(x_3;x_5)$,$(x_5;x_7)$								
B4	(1;1)	(2;2)	(2;4)	(2;5)	(3;5)	(5;5)	(3;2)	(5;2)
$(x_1;x_2)$,$(x_2;x_3)$,$(x_5;x_6)$,$(x_3;x_5)$,$(x_6;x_8)$,$(x_2;x_7)$,$(x_7;x_8)$,$(x_5;x_7)$								
B5	(1;4)	(3;5)	(5;4)	(1;2)	(5;2)	(1;0)	(5;0)	(7;1)
$(x_1;x_2)$,$(x_2;x_4)$,$(x_2;x_5)$,$(x_2;x_3)$,$(x_4;x_5)$,$(x_6;x_7)$,$(x_5;x_7)$,$(x_4;x_6)$								
B6	(1;7)	(2;7)	(6;7)	(8;5)	(6;2)	(2;2)	(6;5)	(4;5)
$(x_2;x_3)$,$(x_2;x_6)$,$(x_2;x_8)$,$(x_3;x_4)$,$(x_3;x_7)$,$(x_3;x_8)$,$(x_4;x_5)$, $(x_4;x_7)$,$(x_5;x_6)$,$(x_5;x_7)$,$(x_6;x_8)$								
B7	(1;5)	(2;4)	(4;4)	(5;5)	(4;2)	(2;2)	(1;1)	(3;3)
$(x_1;x_2)$,$(x_2;x_5)$,$(x_2;x_3)$,$(x_1;x_4)$,$(x_4;x_7)$,$(x_6;x_7)$,$(x_1;x_3)$,$(x_3;x_4)$,$(x_5;x_6)$,$(x_3;x_6)$								
B8	(1;2)	(2;4)	(3;5)	(4;4)	(4;3)	(2;2)	(2;3)	(4;2)
$(x_1;x_2)$,$(x_2;x_3)$,$(x_2;x_5)$,$(x_3;x_4)$,$(x_3;x_5)$,$(x_4;x_5)$,$(x_4;x_8)$,$(x_5;x_7)$,$(x_7;x_8)$								
B9	(0;2)	(1;4)	(2;5)	(3;6)	(4;5)	(5;4)	(6;2)	(3;2)
$(x_1;x_2)$,$(x_2;x_3)$,$(x_2;x_6)$,$(x_5;x_6)$,$(x_3;x_5)$,$(x_1;x_8)$,$(x_7;x_8)$,$(x_3;x_7)$,$(x_6;x_7)$								
B10	(2;2)	(2;5)	(3;6)	(5;6)	(3;4)	(4;5)	(4;4)	(5;4)
$(x_1;x_2)$,$(x_2;x_3)$,$(x_3;x_4)$,$(x_3;x_5)$,$(x_3;x_6)$,$(x_4;x_6)$,$(x_4;x_8)$, $(x_5;x_6)$								

Практическая работа №7
Выполнение основных операций над графами

1. **Цель работы:** получить практические навыки выполнения основных операций над графами.
2. **Теоретические сведения**

Объединение графов.

Пусть $G_1(X_1,E_1)$ и $G_2(X_2,E_2)$ – произвольные графы. Объединением $G_1 \cup G_2$ графов G_1 и G_2 называется граф с множеством вершин $X_1 \cup X_2$, и с множеством ребер (дуг) $E_1 \cup E_2$.

Рассмотрим операцию на примере графов $G_1(X_1,E_1)$ и $G_2(X_2,E_2)$, приведенных на рис. 1. Множества вершин первого и второго графов соответственно равны $X_1 = \{x_1, x_2, x_3\}$ и $X_2 = \{x_2, x_3, x_4\}$, а множество вершин результирующего графа определится как $X = X_1 \cup X_2 = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$. Аналогично определяем множества дуг графа:

$E_1 = \{(x_1, x_2), (x_1, x_3), (x_2, x_1), (x_3, x_3)\}$. $E_2 = \{(x_2, x_4), (x_3, x_2), (x_4, x_2)\}$.

$E = \{(x_1, x_2), (x_1, x_3), (x_2, x_1), (x_3, x_3), (x_2, x_4), (x_3, x_2), (x_4, x_2)\}$.

Результирующий граф $G(X,E) = G_1(X_1,E_1) \cup G_2(X_2,E_2)$ также приведен на рис. 1.

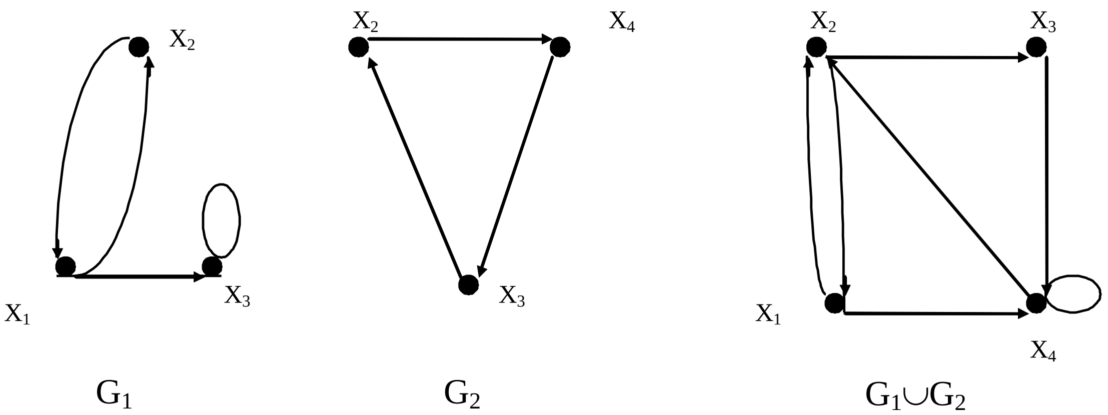


Рис. 1

Операция объединения обладает следующими свойствами, которые следуют из определения операции и свойств операций на множествах:

$G_1 \cup G_2 = G_2 \cup G_1$ – свойство коммутативности;

$G_1 \cup (G_2 \cup G_3) = (G_1 \cup G_2) \cup G_3$ – свойство ассоциативности.

Операция объединения графов может быть выполнена в матричной форме.

Пример . Выполнить в матричной форме операцию объединения графов G1 и G2, представленных на рис. 1.

Составим матрицы смежности вершин графов.

			x1	**x2**	**x3**				**x2**	**x3**	**x4**
		x1	0	1	1			**x2**	0	0	1
A1	=	**x2**	1	0	0	**A2**	=	**x3**	1	0	0
		x3	0	0	1			**x4**	0	1	0

Множество вершин результирующего графа X1ИX2 = {x1, x2, x3, x4}. Составим матрицы смежности вершин вспомогательных графов G'1 и G'2.

			x1	**x2**	**x3**	**x4**				**x1**	**x2**	**x3**	**x4**
		x1	0	1	1	0			**x1**	0	0	0	0

A’1	=	**x2**	1	0	0	0	**A’2**	=	**x2**	0	0	0	1
		x3	0	0	1	0			**x3**	0	1	0	0
		x4	0	0	0	0			**x4**	0	0	1	0

Матрица А = А’1ИА’2 имеет вид

			x_1	x2	x3	x4
		x1	0	1	1	0
		x2	1	0	0	1
A = A’1ИA’2	=	**x3**	0	1	1	0
		x4	0	0	1	0

Полученная матрица смежности вершин А’1 И А’2 соответствует графу G1ИG2, изображенному на рис.1.

Пересечение графов

Пусть $G_1(X_1,E_1)$ и $G_2(X_2,E_2)$ – произвольные графы. Пересечением $G_1\cap G_2$ графов G_1 и G_2 называется граф с множеством вершин $X_1\cap X_2$ с множеством ребер (дуг) $E = E_1\cap E_2$

Операция пересечения обладает следующими свойствами, которые следуют из определения операции и свойств операций на множествах:

$G_1\cap G_2 = G_2\cap G_1$ – свойство коммутативности;

$G_1\cap (G2\cap G3) = (G1\cap G2) \cap G_3$ – свойство ассоциативности.

Для того чтобы операция пересечения была всеобъемлющей, необходимо ввести понятие пустого графа. Граф G(X,E) называется пустым, если множество X вершин графа является пустым ($X=\varnothing$). Заметим, что в этом случае и множество E ребер (дуг) графа также пустое множество ($E=\varnothing$). Пустой граф обозначается символом $\varnothing$. Такой граф может быть получен в результате выполнения операции пересечения графов, у которых $X_1\cap X_2=\varnothing$. В этом случае говорят о непересекающихся графах.

Рассмотрим выполнение операции пересечения графов, изображенных на рис. 2. Для нахождения множества вершин результирующего графа запишем множества вершин исходных графов и выполним над этими множествами операцию пересечения:

$X_1 = \{x_1, x_2, x_3\}$; $X_2 = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$;

$X = X_1\cap X_2 = \{x_1, x_2, x_3\}$.

Аналогично определяем множество E дуг результирующего графа:

$E_1 = \{(x_1, x_2), (x_1, x_3), (x_2, x_1), (x_2, x_3), (x_3, x_2)\}$;

$E_2 = \{(x_1, x_3), (x_2, x_1), (x_2, x_3), (x_2, x_4), (x_3, x_1)\}$;

$E = E_1\cap E_2 = \{(x_1, x_3), (x_2, x_1)\}$.

Графы $G_1(X_1,E_1)$, $G_2(X_2,E_2)$ и их пересечение приведены на рис 2.

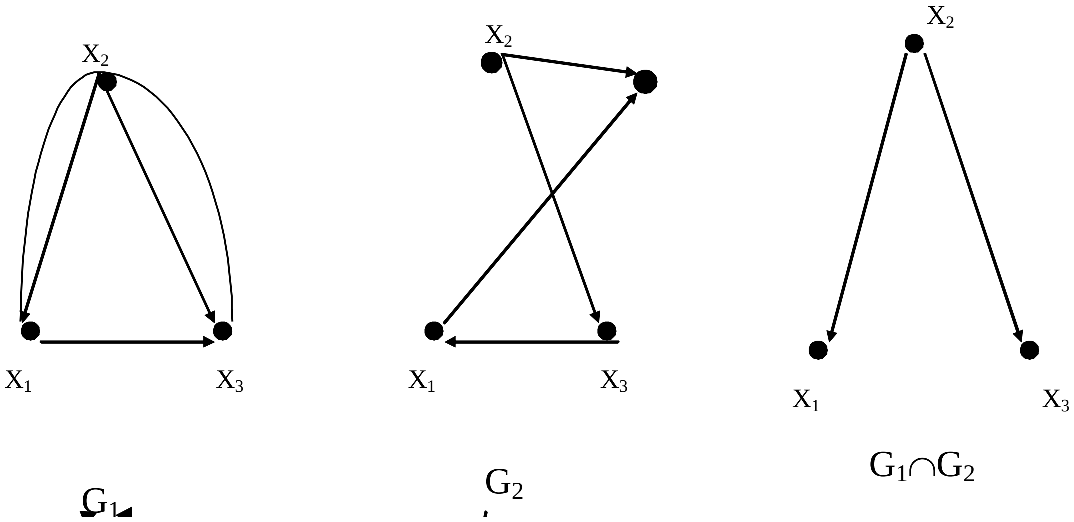


Рис.2

Операция пересечения графов может быть выполнена в матричной форме.
Пример Выполнить в матричной форме операцию пересечения графов G_1 и G_2, представленных на рис. 2.
Составим матрицы смежности вершин исходных графов.

$$\boldsymbol{A_1} = \begin{array}{c|ccc} & \boldsymbol{x_1} & \boldsymbol{x_2} & \boldsymbol{x_3} \\ \hline \boldsymbol{x_1} & 0 & 1 & 1 \\ \boldsymbol{x_2} & 1 & 0 & 1 \\ \boldsymbol{x_3} & 0 & 1 & 0 \end{array} \qquad \boldsymbol{A_2} = \begin{array}{c|cccc} & \boldsymbol{x_1} & \boldsymbol{x_2} & \boldsymbol{x_3} & \boldsymbol{x_4} \\ \hline \boldsymbol{x_1} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \boldsymbol{x_2} & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \boldsymbol{x_3} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \boldsymbol{x_4} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Находим множество вершин X результирующего графа.

$X = X_1X_2 = \{x_1, x_2, x_3\}$.

Составим матрицы смежности вершин вспомогательных графов G'_1 и G'_2.

$$\boldsymbol{A'_1} = \begin{array}{c|ccc} & \boldsymbol{x_1} & \boldsymbol{x_2} & \boldsymbol{x_3} \\ \hline \boldsymbol{x_1} & 0 & 1 & 1 \\ \boldsymbol{x_2} & 1 & 0 & 1 \\ \boldsymbol{x_3} & 0 & 1 & 0 \end{array} \qquad \boldsymbol{A'_2} = \begin{array}{c|ccc} & \boldsymbol{x_1} & \boldsymbol{x_2} & \boldsymbol{x_3} \\ \hline \boldsymbol{x_1} & 0 & 0 & 0 \\ \boldsymbol{x_2} & 1 & 0 & 1 \\ \boldsymbol{x_3} & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

Найдем матрицу смежности вершин $\boldsymbol{A = A_1 A_2}$

$$A'_1A'_2 = \begin{array}{c|ccc} & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline x_1 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 & 1 & 0 & 1 \\ x_3 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Полученная матрица смежности вершин $A'_1\, A'_2$ соответствует графу G_1G_2, изображенному на рис.2.

Кольцевой суммой графов $G_1(V_1, E_1)$ и $G_2(V_2, E_2)$ называется граф

$G(V, E) = G_1 \oplus G_2$, где $V = V_1 \cup V_2$, $E = E_1 \Delta E_2$.

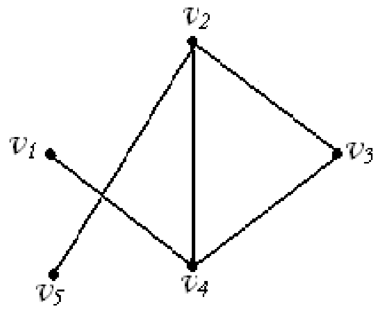
ПРИМЕР Найти кольцевую сумму графов $G_1(V_1, E_1)$ и $G_2(V_2, E_2)$.

Найдем множество вершин и множество ребер графа

$G(V, E) = G_1 \oplus G_2$:

$V = \{ v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 \}$, $E = \{ e_2, e'_2, e_3, e'_3 \}$.

Построим граф:



$G(V, E) = G_1 \oplus G_2$

3.Задание

Два графа G1 и G2 заданы матрицами смежности

3. 1Выполнить в матричной форме операцию объединения графов G1 и G2.

3.2 Выполнить в матричной форме операцию пересечения графов G_1 и G_2.

Вариант 1

G_1

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1		1			1	1
x_2	1		1		1	
x_3		1	2			
x_4				2		
x_5	1	1				1
x_6	1				1	

G_2

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1			1	1		
x_2				1		1
x_3	1				1	1
x_4	1	1			1	
x_5			1	1	2	
x_6		1	1			

Вариант 2

G_1

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1			1	1		
x_2				1		1
x_3	1				1	1
x_4	1	1			1	
x_5			1	1	2	
x_6		1	1			

G_2

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1			1	1		
x_2		2	1			1
x_3	1	1		1		
x_4	1		1		1	1
x_5				1		
x_6	1	1		1		

Вариант 3

G_1

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1			1	1		
x_2		2	1			1
x_3	1	1		1		
x_4	1		1		1	1
x_5				1		
x_6	1	1		1		

G_2

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	2			1		
x_2			1			1
x_3		1		1	1	
x_4	1		1			1
x_5			1			1
x_6		1		1	1	

Вариант4

G_1

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	2			1		
x_2			1			1
x_3		1		1	1	
x_4	1		1			1
x_5			1			1

G_2

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1					1	1
x_2		2				1
x_3				1		
x_4			1		1	1
x_5	1			1		

x_6		1		1	1	

x_6	1	1		1		

Вариант 5

G_1

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1					1	1
x_2		2				1
x_3				1		
x_4			1		1	1
x_5	1			1		
x_6	1	1		1		

G_2

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1			1	1		
x_2					1	1
x_3	1			1		1
x_4	1		1		1	
x_5		1		1		
x_6		1	1			2

Вариант 6

G_1

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1			1	1		
x_2					1	1
x_3	1			1		1
x_4	1		1		1	
x_5		1		1		
x_6		1	1			2

G_2

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	2			1		
x_2			1			1
x_3		1		1	1	
x_4	1		1			1
x_5			1			1
x_6		1		1	1	

4Порядок выполнения работы

4.1 Ознакомиться с литературой.

4.2 Выполнить задание

5Содержание отчёта.

5.1 Наименование и цель работы.

5.2 Решение задания.

6Контрольные вопросы

6.1Что называется графом? Ориентированным графом?

6.2Что представляет собой матрица смежности?

6.3Что представляет собой матрица инцидентности?

7 Перечень используемой литературы

7.1Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2019.
7.2Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2018.
7.3Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2018.

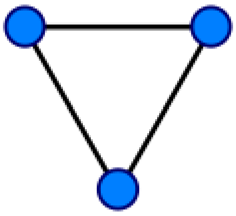
Практическая работа№ 8
Построение диаграммы графа по заданным матрицам смежности или инцидентности

1. **Цель работы:** получить практические навыки построения диаграммы графа по заданным матрицам смежности или инцидентности
2. **Теоретические сведения**

Граф- это совокупность непустого множества вершин и множества пар вершин. Объекты представляются как вершины, или узлы графа, а связи — как дуги, или рёбра.
Для разных областей применения виды графов могут различаться направленностью, ограничениями на количество связей и дополнительными данными о вершинах или рёбрах.

Граф или неориентированный граф G — это упорядоченная пара G: =, для которой выполнены следующие условия:

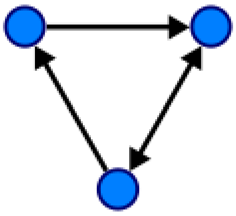
- V это непустое множество вершин или узлов,
- E это множество пар вершин, называемых рёбрами.



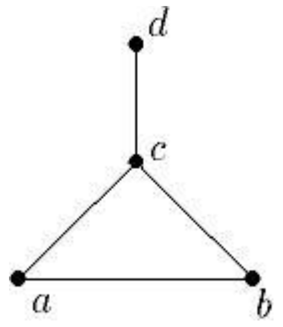
Ориентированный граф G — это упорядоченная пара G: =, для которой выполнены следующие условия:

- V это непустое множество вершин или узлов,
- A это множество пар различных вершин, называемых дугами или ориентированными рёбрами.

Дуга — это упорядоченная пара вершин, где вершину v называют началом, а w — концом дуги. Можно сказать, что дуга $v \to w$ведёт от вершины v к вершине w.



Основными способами задания графа являются геометрический, аналитический и матричный.
Основой геометрического способа задания графа является рисунок, дающий изображение графа. Изображение графа в виде рисунка наглядно раскрывает содержательный смысл представляемого объекта.
Рассмотрим аналитический способ задания графа. Говорят, что задан граф, если дано множество вершин X, множество ребер U и инцидентор F, определяющий, какую пару вершин (xi,xj) X соединяет ребро uk=(xi,xj).
Матричный способ с помощью матрицы смежности и матрицы инцендентности.



Матрица смежности
a b c d
a 0 1 1 0
b 1 0 1 0
c 1 1 0 1
d 0 0 1 0

Матрица инцидентности
u v w x
a 1 0 0 0
b 1 1 1 0
c 0 1 0 1
d 0 0 1 1

3.Задания

Граф H задан матрицей смежности A.Построить диаграмму этого графа

0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1

0	1	0	1	1	0

A=

Дана матрица А. Постройте соответствующий ей граф, имеющий матрицу А своей матрицей смежности. Найдите матрицу инцидентности для построенного графа.

Вариант1

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1		1			1	1
x_2	1		1		1	
x_3		1	2			
x_4				2		
x_5	1	1				1
x_6	1				1	

Вариант2

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1			1	1		
x_2				1		1
x_3	1				1	1
x_4	1	1			1	
x_5			1	1	2	
x_6		1	1			

Вариант3

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1			1	1		
x_2		2	1			1
x_3	1	1		1		
x_4	1		1		1	1
x_5				1		
x_6	1	1		1		

Вариант 4

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	2			1		
x_2			1			1
x_3		1		1	1	
x_4	1		1			1
x_5			1			1
x_6		1		1	1	

Вариант 5

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1					1	1
x_2		2				1
x_3				1		
x_4			1		1	1
x_5	1			1		
x_6	1	1		1		

Вариант 6

x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1			1	1		
x_2					1	1
x_3	1			1		1
x_4	1		1		1	
x_5		1		1		
x_6		1	1			2

4. Порядок выполнения работы

4.1 Ознакомиться с литературой.

4.2 Выполнить задание

5Содержание отчёта.

5.1Наименование и цель работы.

5.2 Выполненное задание.

6 Контрольные вопросы
6.1Что называется графом? Ориентированным графом?
6.2Что такое степень вершины?
6.3Какие матрицы связаны с ориентированными и неориентированными графами?

7 Перечень используемой литературы
7.1Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2019.
7.2Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2017.
7.3Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2018.

Практическая работа №9
Нахождение таблиц истинности

1. Цель работы: получить практические навыки нахождения таблиц истинности

2. Теоретические сведения

Алгеброй логики называется аппарат, который позволяет выполнять действия над высказываниями**.** Логические выражения могут быть простыми и сложными. Простое логическое выражение состоит из одного высказывания и не содержит логические операции. В простом логическом выражении возможно только два результата — либо «истина», либо «ложь».

Определение логических операций:

- отрицание Z : $\neg Z$ ложно тогда и только тогда, когда Z – истинно;
- конъюнкция $X \wedge Y$ истинна тогда и только тогда, когда высказывания X и Y – истинны;
- дизъюнкция $X \vee Y$ ложна тогда и только тогда, когда высказывания X и Y – ложны;
- импликация $X \rightarrow Y$ ложна тогда и только, когда посылка X истина, а заключение Y – ложно;
- эквиваленция $X \leftrightarrow Y$ истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания X и Y одновременно либо истинны, либо ложны;
- штрих Шеффера $X \mid Y$ ложен тогда и только тогда, когда оба высказывания X и Y – истины;
- стрелка Пирса $X \downarrow Y$ истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания X и Y – ложны;
- сумма Жегалкина $X + Y$ истинна тогда и только тогда, когда высказывания принимают различные логические значения

Таблица истинности для логических операций:

X	Y	$\neg X$	$\neg Y$	$X \wedge Y$	$X \vee Y$	$X \rightarrow Y$	$X \leftrightarrow Y$	$X \mid Y$	$X \downarrow Y$	$X + Y$
1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0

1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0

Приоритет логических операций (по первоочередности выполнения):
¬;

3. Задания

3.1Построить таблицу истинности для функции

Вариант1	Вариант2	Вариант3
$p \to q \leftrightarrow \neg p \vee q$	$r \to (r \to q)$	$p \to \neg(q \wedge r)$
$p \vee q \to (p \vee q) \cap \neg p$	$p \cap q \to (p \vee q) \vee \neg p$	$p \to q \to (p \vee q) \vee p$
Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
$p \cap q \to (p \vee q) \vee \neg p$	$p \vee q \to (\neg p \vee q) \cap p$	$p \cap q \to (p \vee q) \cap \neg p$
$p \vee q \to (p \vee \neg q) \cap q$	$p \to q \to (p \vee q) \vee \neg p$	$p \vee q \to (p \vee q) \cap q$

3.2 Составить таблицу истинности

Вариант1	Вариант2	Вариант3
$F(x,y)=x \to (y \to x)$	$F = \overline{x \to y} \vee (y \to x)$	$F(x,y)=x \vee (y \to x)$
$F(x,y)=(x \to y) \to (x \to y)$	$F(x,y)=(x \to y) \to x \vee y$	$F(x,y)=x \cap y \to x \vee y$
Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
$F(x,y)=x \cap y \to x \vee y$	$F(x,y)=(x \to y) \to x \vee y$	$F(x,y)=(x \to y) \to x \vee y$
$F(x,y)=(x \to y) \to x \vee y$	$F(x,y)=(x \to y) \to x \cap y$	$F(x,y)=x \cap y \to x \vee y$

3.3 Решить логическое уравнение

Вариант1	Вариант2	Вариант3
$(A \to (\neg B \to C))=0$	$(B \to (\neg A \to C))=0$	$(\neg A \to (B \to \neg C))=0$
Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
$(A \to (B \to C))=0$	$(B \to (A \to C))=0$	$(A \to (B \to \neg C))=0$

4. Порядок выполнения

4.1Ознакомитьсяс литературой
4.2Составить таблицы истинности для заданий 3.1-3.2
4.3 решить логическое уравнение 3.3

5. Содержание отчёта

5.1 Наименование и цель работы

5.2Письменно выполненные задания

6. Контрольные вопросы

6.1Что называется логическим высказыванием?

6.2Назовите основные операции над логическими высказываниями

6.3Назовите приоритеты логических операций

7. Перечень используемой литературы

7.1Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2018

7.2Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2018

7.3Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2019

Практическая работа № 10
Упрощение формул алгебры высказываний.

1. Цель работы: получить практические навыки применения законов логики к упрощению логических формул

2.Теоретические сведения

Алгеброй логики называется аппарат, который позволяет выполнять действия над высказываниями. Логические выражения могут быть простыми и сложными. Простое логическое выражение состоит из одного высказывания и не содержит логические операции. В простом логическом выражении возможно только два результата — либо «истина», либо «ложь».

Сложное логическое выражение содержит высказывания, объединенные логическими операциями. По аналогии с понятием функции в алгебре сложное логическое выражение содержит аргументы, которыми являются высказывания.

Опираясь на законы алгебры логики, можно выполнять эквивалентные преобразования любых алгебраических выражений, усложняя или упрощая их описание. Эквивалентные преобразования алгебраических выражений необходимы для поиска наименьшего числа вычислительных операций или достижения результатов вычислений за меньшее число шагов.

Алгебраическое выражение, элементами которого являются элементы носителя алгебры и символы алгебраических операций, называют формулой F.

3.Задания

3.1 Решить логические уравнения

Вариант1	Вариант2
$(A\leftrightarrow B)\rightarrow(A\vee C)=1$	$(A\leftrightarrow C)\rightarrow(A\vee B)=1$
$(A\rightarrow B)\leftrightarrow(\neg A\wedge C)=0$	$(A\rightarrow B)\leftrightarrow(\neg A\vee C)=1$
Вариант 3	Вариант 4
$(A\leftrightarrow B)\rightarrow(\neg A\cap C)=1$	$(A\leftrightarrow B)\rightarrow(\neg A\vee C)=0$
$(A\rightarrow B)\leftrightarrow(A\vee\neg C)=1$	$(A\rightarrow B)\leftrightarrow(A\vee\neg C)=1$
Вариант 5	Вариант 6
$(A\leftrightarrow B)\rightarrow(\neg A\vee C)=1$	$(A\leftrightarrow\neg B)\rightarrow(A\vee C)=1$

(¬A→B) ↔ (A∨C)=1	(A→¬B) ↔ (A∨C)=1

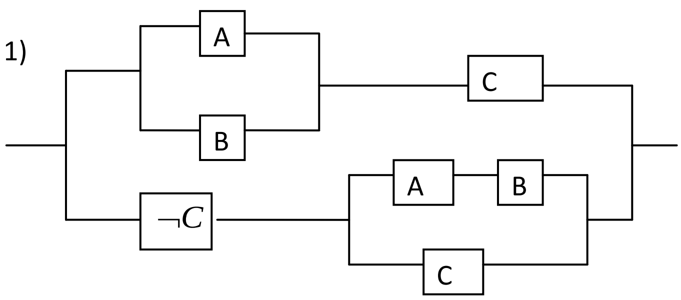
3.2 Опустить скобки в формулах

Вариант1	Вариант2
((A∩B) ¬ ((A∨C) ∨B)∩ A))	((A∩B) ∩ ((A∨C) ∨B)∩ A))
((P↔Q) ↔((((P∩R) ∩P) ∨(¬P)) →Q))	((P↔Q) ↔((((P∩R) ∩P) ∨P) →(¬Q)))
(R↔(((¬P) ∩ (Q∨R))) ↔(S →(S→ P)	(R↔(((¬P) ∨Q∩R)) ↔(S →(S→ P)
Вариант 3	Вариант4
((A∩B) ∩ ((A∨C) ¬ B)∩ A))	((A∩B) ∩ ((A¬C) ∨B)∩ A))
((P↔¬Q) ↔((((P∩¬R) ∩P) ∨(¬P)) →Q))	((P↔Q) ↔((((P∨R) ∨ P) ∨P) →(¬Q)))
(R↔(((¬Q) ∩ (Q∨P))) ↔(S →(S→ P)	(R↔(((¬P) ∨Q∩R)) ↔(S →(S→(¬ P))
Вариант 5	Вариант 6
((A∩B) ∩ ((A∨C) ¬ B)∩ ¬ A))	((A∩ ¬ B) ∩ ((A∨C) ¬ B)∩ A))
((¬P↔Q) ↔((((P∩R) ∩P) ∨(¬P)) →Q))	((P↔¬Q) ↔((((P∨¬R) ∩¬P) ∨(¬P)) →Q))
(R↔(((Q) ∩ (Q∨¬P))) ↔(S →(S→ P)	(R↔(((¬P) ∨Q∩¬R)) ↔(S →(S→(P))

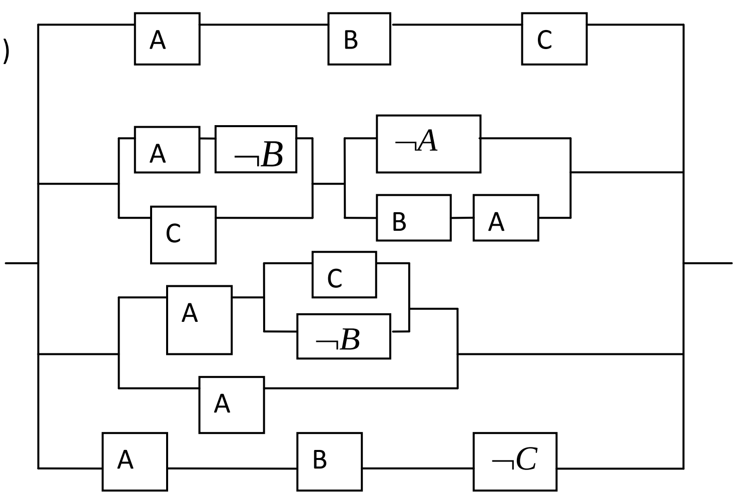
3.3 Записать логическую формулу для контактной схемы

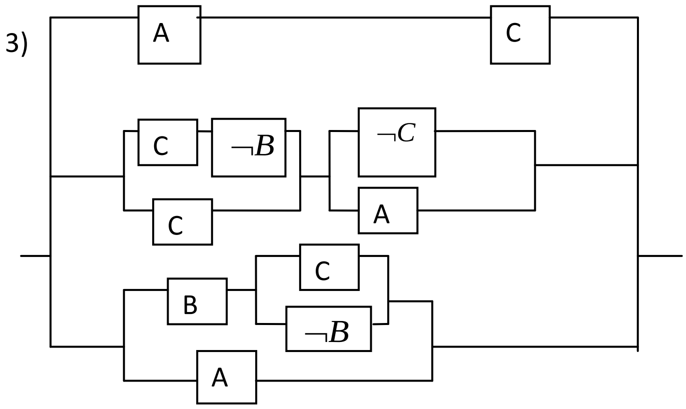
Вариант 1

1)

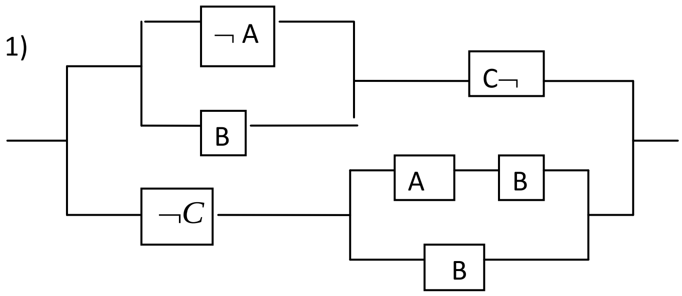


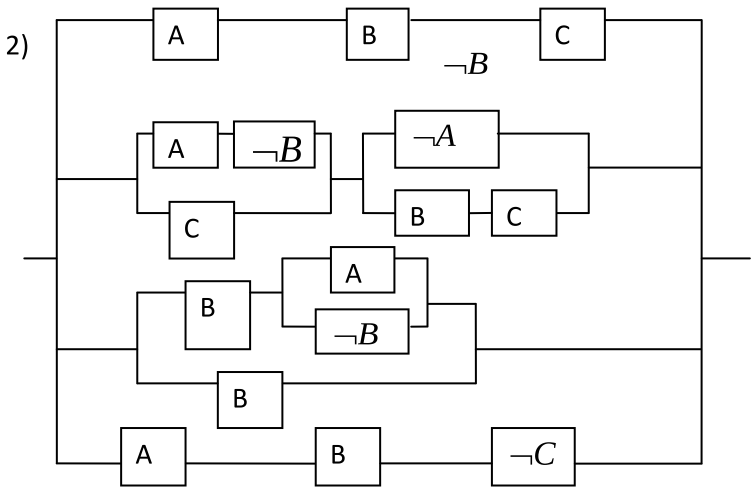
2)



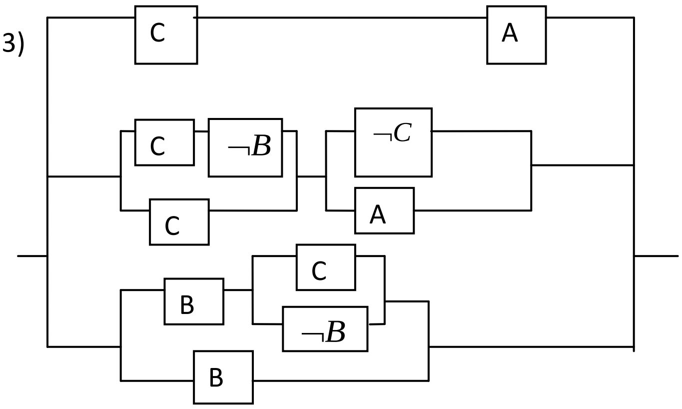

3)
A
C
C
$\neg B$
$\neg C$
C
A
C
B
$\neg B$
A

Вариант 2


1)
¬ A
C¬
B
A
B
$\neg C$
B

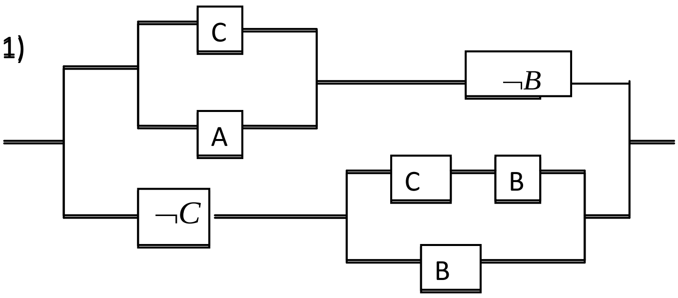

2)
A
B
C
$\neg B$
A
$\neg B$
$\neg A$
C
B
C
A
B
$\neg B$
B
A
B
$\neg C$

3)

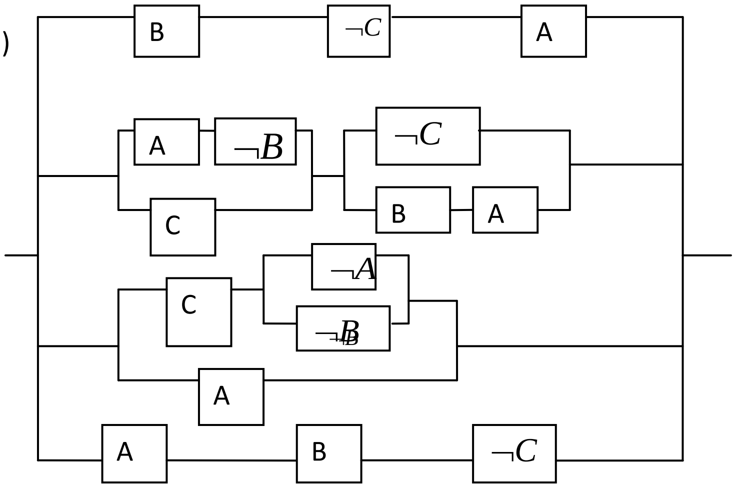


Вариант 3

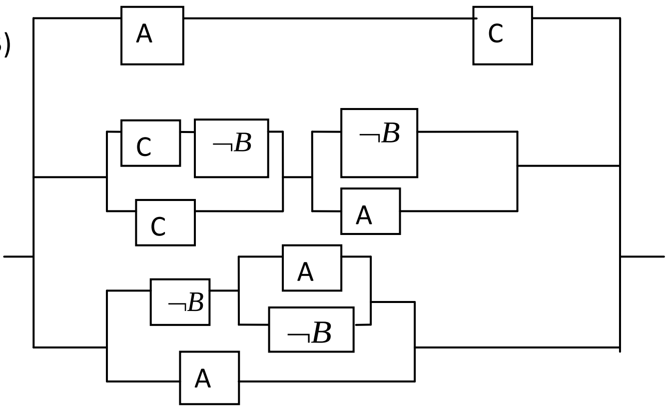
1)



2)

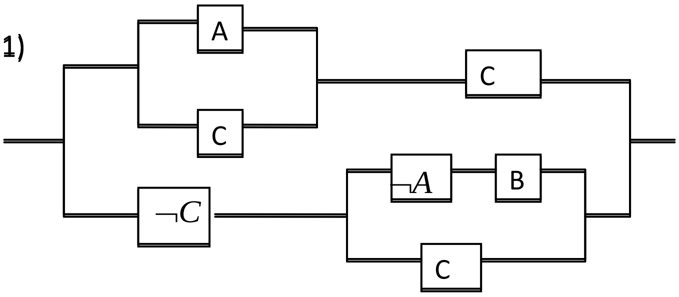


3)

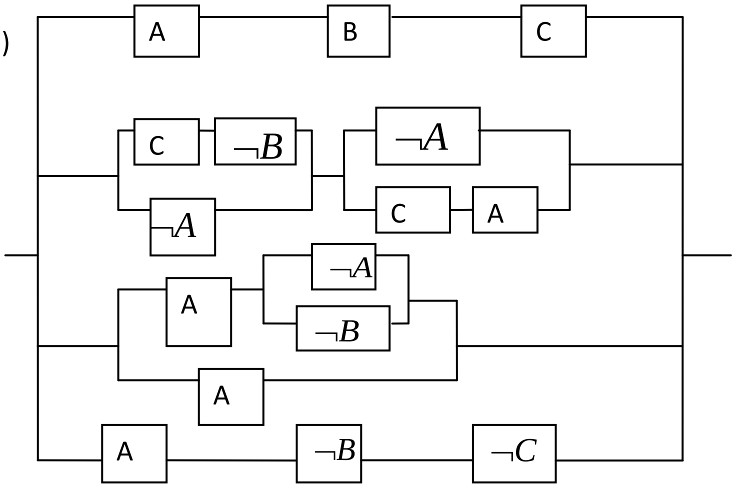


Вариант 4

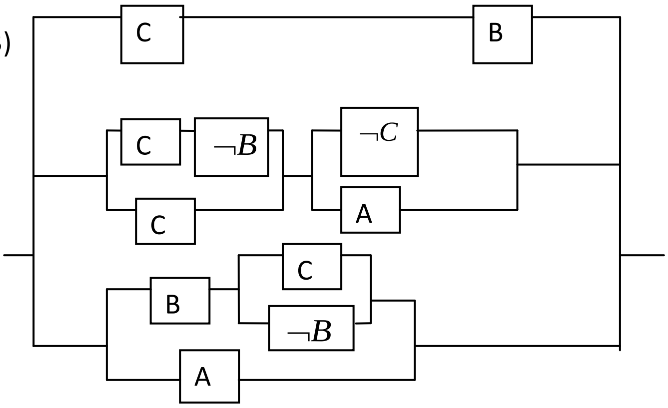
1)



2)

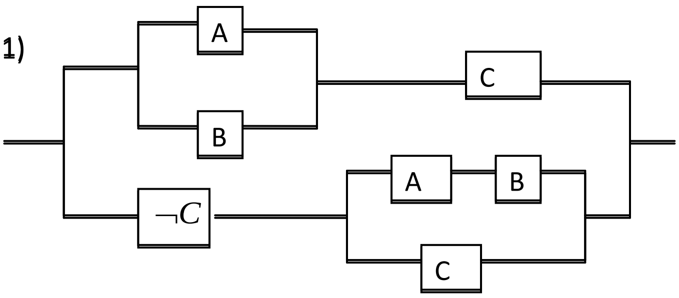


3)

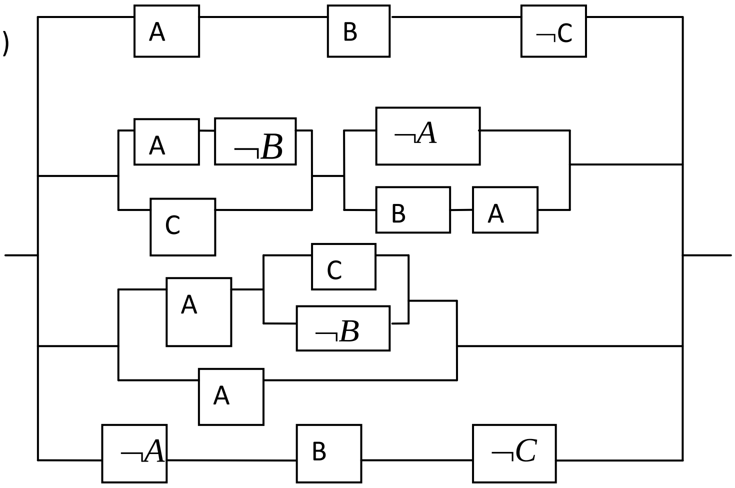


Вариант 5

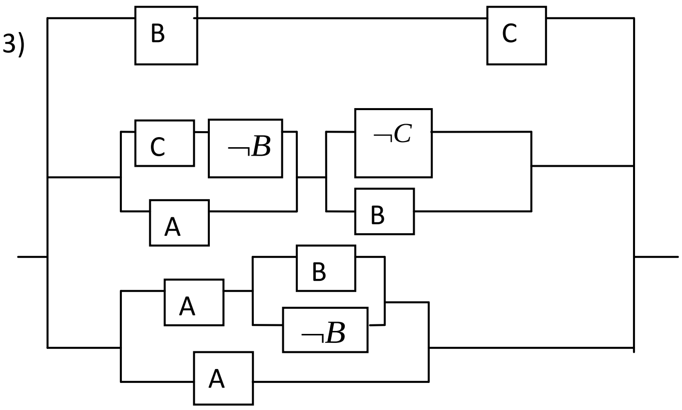
1)



2)

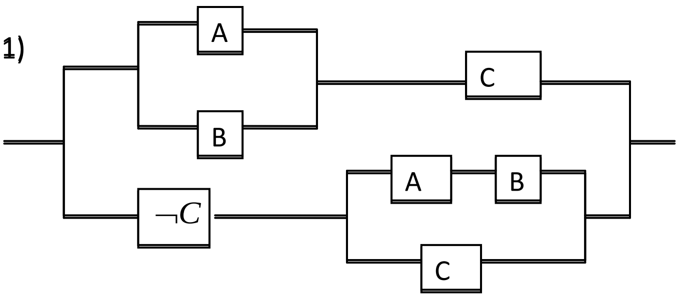


3)

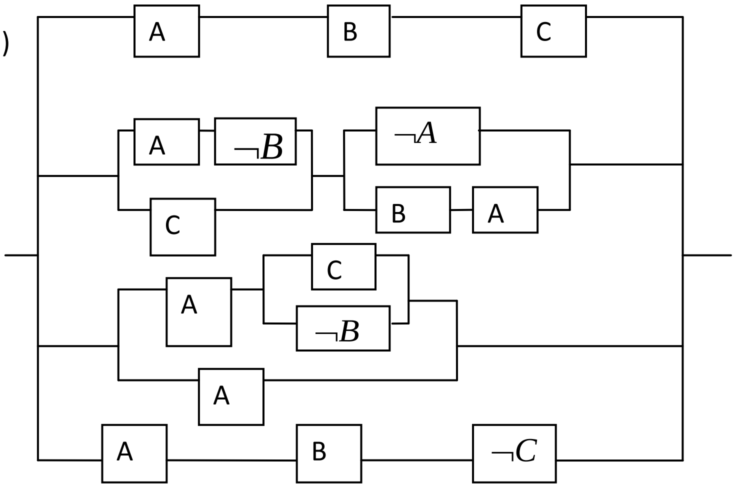


Вариант 6

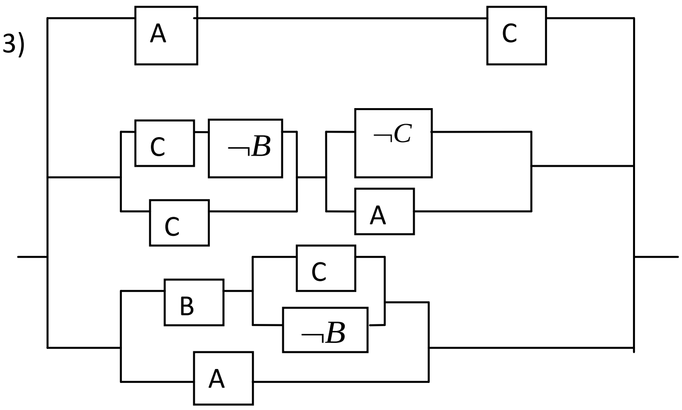
1)



2)



3)



3.4 Нарисовать контактную схему для логической формулы проводимости

Вариант1	Вариант2
$((X\vee\neg Y)\cap Z)\vee(X\vee\neg Z\cap Y)$	$((\neg X\vee Y)\wedge Z)\vee(X\wedge\neg Y\wedge Z)$
$Y\vee(X\cap(X\vee(Y\cap Z)))$	$Y\wedge(\neg X\vee(X\wedge(Y\vee Z)))$
$(Z\vee\neg X\cap Y)\cap(Y\vee\neg Z)$	$(Z\vee\neg X\wedge Y)\vee(Y\wedge\neg Z)$
Вариант 3	Вариант4
$((X\vee\neg Z)\cap Z)\vee(Y\vee\neg Z\cap Y)$	$((X\vee\neg Y)\cap Y)\vee(X\vee\neg Z\cap X)$
$Z\vee(X\cap(Y\vee(Y\cap Z)))$	$Y\vee(Z\cap(Z\vee(Y\cap Z)))$
$(Y\vee\neg Z\cap Y)\cap(Y\vee\neg Z)$	$(Z\vee\neg X\cap Y)\cap(X\vee\neg Z)$
Вариант 5	Вариант 6
$((X\vee Y)\cap Z)\vee(X\vee\neg Z\cap Y)$	$((X\vee\neg Y)\cap Z)\cap(X\vee\neg Z\cap Y)$
$Y\cap(X\vee(X\vee(Y\cap Z)))$	$Y\vee(Z\cap(X\vee(X\cap Z)))$
$(X\vee Y\cap Y)\cap(X\vee\neg Z)$	$(Z\vee X\cap Y)\vee(X\vee\neg Z)$

4. Порядок выполнения

Выполнить задания 3.1-3.4

5. Содержание отчёта

1 Наименование и цель работы.
2 Письменно выполненные задания

6. Контрольные вопросы

1 Что называется логическим высказыванием?
2 Назовите основные операции над логическими высказываниями
3 Назовите приоритеты логических операций

7. Перечень используемой литературы

1 Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2019.
2 Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2018
3 Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2018.

Практическая работа № 11
Решение задач логического характера.

1.Цель работы: получить навыки решения задач логического характера

2.Теоретические сведения

При решении задач логического характера используется следующая схема решения:

- изучается условие задачи;
- вводится система обозначений для логических высказываний;
- конструируется логическая формула, описывающая логические связи между всеми высказываниями условия задачи;
- определяются значения истинности этой логическая формула;
- из полученных значений истинности формулы определяются значения истинности введённых логических высказываний, на основании которых делается заключение о решении

Пример . Намечаются экскурсии в три города А, В и С. Руководитель фирмы сказал: «Неверно, что если будет экскурсия в город В, то не будет экскурсии в город С. Если будет экскурсия в город С, то не будет экскурсии в город А.» В какие города будет проводиться экскурсия?

Решение. Введем систему обозначений: высказывание А – будет экскурсия в город А, высказывание В – будет экскурсия в город В, высказывание С – будет экскурсия в город С. Запишем логическую формулу: $\overline{B \rightarrow \overline{C}} \& C \rightarrow \overline{A}$. Найдем значения истинности этой логической формулы, составив таблицу.

Переменные			Промежуточные функции					Формула
A	B	C	$\overline{A}$	$\overline{C}$	$\hat{A} \rightarrow \overline{\tilde{N}}$	$\overline{\hat{A} \rightarrow \overline{\tilde{N}}}$	$\tilde{N} \rightarrow \overline{\grave{A}}$	$\overline{B \rightarrow \overline{C}} \& C \rightarrow \overline{A}$
0	0	0	1	1	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0	1	0

0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1	0	0

Ответ. Из выделенной в таблице строки, получаем, что не будет экскурсии в город А, а будут две экскурсии в города В и С.

3.Задание

Решить задачи

Вариант 1	Вариант 2
В симфонический оркестр приняли на работу трёх музыкантов: Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе. Известно, что: - Смит самый высокий; - играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте; - играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу; - когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их; - Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое. На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?	Вадим, Сергей и Михаил изучают различные иностранные языки: китайский, японский и арабский. На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: "Вадим изучает китайский, Сергей не изучает китайский, а Михаил не изучает арабский". Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Какой язык изучает каждый из молодых людей?
Три дочери писательницы Дорис Кей — Джуди, Айрис и Линда, тоже очень талант-ливы. Они приобрели известность в разных видах искусств — пении, балете и кино. Все они живут в разных городах, поэтому Дорис часто звонит им в Париж, Рим и Чикаго. Известно, что: -Джуди живет не в Париже, а Линда не в Риме; - Парижанка не снимается в кино; -Та, кто живет в Риме, певица; -Линда равнодушна к балету. Где живет Айрис, и какова ее профессия?	Три одноклассника — Влад, Тимур и Юра, встретились спустя 10 лет после окончания школы. Выяснилось, что один из них стал врачом, другой физиком, а третий юристом. Один полюбил туризм, другой бег, страсть третьего — регби. Юра сказал, что на туризм ему не хватает времени, хотя его сестра — единственный врач в семье, заядлый турист. Врач сказал, что он разделяет увлечение коллеги. Забавно, но у двоих из друзей в названиях их профессий и увлечений не встречается ни одна буква их имен. Определите, кто чем любит заниматься в свободное время и у кого какая профессия.
Вариант 3	**Вариант 4**
В санатории на берегу моря отдыхают отец, мать, сын и две дочери. До завтрака члены семьи часто купаются в море. Известно, что:	Определить, кто из четырех подозреваемых участвовал в ограблении - если А участвовал, то и В участвовал; - если В участвовал, то или С

- если купается отец, то обязательно купаются мать и сын; - если купается сын, то обязательно купается старшая дочь; -мать и младшая дочь порознь не купаются; кто-то из мужчин обязательно купается. Однажды утром из дочерей купалась только одна. Кто купался в это утро?	участвовал, или A не участвовал; - если D не участвовал, то A участвовал, а C не участвовал; - если D участвовал, то и A участвовал
В поездке пятеро друзей — Антон, Борис, Вадим, Дима и Гриша, знакомились с попутчицей. Они предложили ей отгадать их фамилии, причём каждый из них высказал одно истинное и одно ложное утверждение: -Дима сказал: «Моя фамилия — Мишин, а фамилия Бориса — Хохлов». -Антон сказал: «Мишин — это моя фамилия, а фамилия Вадима — Белкин». - Борис сказал: «Фамилия Вадима — Тихонов, а моя фамилия — Мишин» - Вадим сказал: «Моя фамилия — Белкин, а фамилия Гриши — Чехов». - Гриша сказал: «Да, моя фамилия Чехов, а фамилия Антона — Тихонов». Какую фамилию носит каждый из друзей?	Министры иностранных дел России, США и Китая обсудили за закрытыми дверями проекты соглашения о полном разоружении, представленные каждой из стран. Отвечая затем на вопрос журналистов: «Чей именно проект был принят?», министры дали такие ответы: - Россия — «Проект не наш, проект не США»; - США — «Проект не России, проект Китая»; - Китай — «Проект не наш, проект России». Один из них (самый откровенный) оба раза говорил правду; второй (самый скрытный) оба раза говорил неправду, третий (осторожный) один раз сказал правду, а другой раз — неправду. Определите, представителями каких стран являются откровенный, скрытный и осторожный министры
Вариант 5	Вариант 6
Пытаясь вспомнить победителей прошлогоднего турнира, пять бывших зрителей турнира заявили: • Антон был вторым, а Борис пятым. • Виктор был вторым, а Денис третьим. • . Григорий был первым, а Борис третьим. • Антон был третьим, а Евгений шестым. • Виктор был третьим, а Евгений четвертым. Впоследствии выяснилось, что каж-дый зритель ошибся в одном из двух своих высказываний. Каково было ис-тинное распределение мест в турнире?	Алеша, Боря и Гриша откопали древний сосуд. О том, где и когда он был изготовлен, каждый из школьников высказал по два предположения: - Алеша: «Это сосуд греческий и сосуд изготовлен в V веке»; - Боря: «Это сосуд финикийский и сосуд изготовлен в III веке»; - Гриша: «Это не греческий сосуд и изготовлен он в IV веке». Учитель истории сказал ребятам, что каждый из них прав только в одном из двух своих предположений. Где и в каком веке изготовлен сосуд?

Пятеро одноклассников: Ирена, Тимур, Камилла, Эльдар и Залим стали победи-телями олимпиад школьников по физике, математике, информатике, литературе и географии. Известно, что: - победитель олимпиады по информатике учит Ирену и Тимура работе на компьютере; - Камилла и Эльдар тоже заинтересовались информатикой; - Тимур всегда побаивался физики; - Камилла, Тимур и победитель олимпиады по литературе занимаются плаванием; -Тимур и Камилла поздравили победителя олимпиады по математике - Ирена сожалеет о том, что у нее остается мало времени на литературу. Победителем какой олимпиады стал каждый из этих ребят?	На новогодний праздник три друга – Евгений, Николай, Алексей, выбрали себе костюмы трех богатырей: Ильи Муромца, Алеши Попович, Добрыни Никитича. Известно, что: - Евгений – самый высокий ; - Выбравший костюм Добрыни Никитича меньше ростом, чем выбравший костюм Ильи Муромца; - Алексею не подошел костюм Добрыни Никитича - Ни у одного из друзей имена не совпадает с именем богатырей, выбранных костюмов Какой костюм выбрал каждый из друзей?

4. Порядок выполнения работы

4.1 Ознакомиться с литературой.

4.2Выполнить задание

5. Содержание отчёта

5.1 Наименование и цель работы.

5.2 Решение задания.

6. Контрольные вопросы

6.1Что называется логическим высказыванием?

6.2Способы решения логических задач .

7. Перечень используемой литературы

7.1Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2010.

7.2Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2007.

7.3Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2008.

Практическое занятие № 12
Определение полноты системы булевых функций

1.Цель работы: получить практические навыки определения полноты системы булевых функций

2.Теоретические сведения

Существует метод проверки полноты системы, называемый теоремой Поста. Она основывается на выделении пяти классов Поста булевых функций:

класс функций сохраняющих 0

$$f \in T_0 \Leftrightarrow f(0,0,\ldots 0) = 0$$

,

класс функций сохраняющих 1

$$f \in T_1 \Leftrightarrow f(1,1,\ldots 1) = 1$$

,

класс самодвойственных функций

$$f \in S \Leftrightarrow (\forall\alpha)(f(\overline{\alpha}) = \overline{f(\alpha)})$$

,

класс монотонных функций

$$f \in M \Leftrightarrow (\forall\alpha,\beta)(\alpha \leqslant \beta \Rightarrow f(\alpha) \leqslant f(\beta))$$

, где подразумевается стандартный порядок булевой алгебры (при котором существуют и несравнимые элементы!),

класс линейных функций

$$f = \sum_{i\in\overline{1,n}} a_i x_i \oplus a_0$$

, т.е. функция представима в виде полинома Жегалкина первой степени.

Можно доказать, что все эти классы являются *замкнутыми*, т.е. любая комбинация функций из одного класса остаётся в том же классе.

Теорема (Поста): система булевых функций полна тогда и только тогда, когда она целиком не лежит ни в одном из классов Поста.

Рассмотрим пример:

$$f(x_1,x_2,x_3) = x_1(\overline{x_1}|x_3)(\overline{x_1} \oplus \overline{x_3}) \to (x_2 \sim x_3), w = (11100110)$$

.

Необходимо проверить полноту проверить полноту системы $\{f, w\}$.

$$\begin{aligned}
&f(0,0,0) = a_0 = 1,\\
&f(0,0,1) = a_3 \oplus 1 = 1 \Rightarrow a_3 = 0,\\
&f(0,1,0) = a_2 \oplus 1 = 1 \Rightarrow a_2 = 0,\\
&f(1,0,0) = a_1 \oplus 1 = 1 \Rightarrow a_1 = 0,\\
&f(0,1,1) = a_{23} \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1 \Rightarrow a_{23} = 0,\\
&f(1,0,1) = a_{13} \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1 \Rightarrow a_{13} = 0,\\
&f(1,1,0) = a_{12} \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0 \Rightarrow a_{12} = 1,\\
&f(1,1,1) = a_{123} \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1 \Rightarrow a_{123} = 1.
\end{aligned}$$

Поучается, что $f = x_1x_2x_3 \oplus x_1x_2 \oplus 1$ не линейна.

$$
\begin{aligned}
&w(0,0,0)=a_0=1,\\
&w(0,0,1)=a_3\oplus 1=1\Rightarrow a_3=0,\\
&w(0,1,0)=a_2\oplus 1=1\Rightarrow a_2=0,\\
&w(1,0,0)=a_1\oplus 1=0\Rightarrow a_1=1,\\
&w(0,1,1)=a_{23}\oplus 0\oplus 0\oplus 1=0\Rightarrow a_{23}=1,\\
&w(1,0,1)=a_{13}\oplus 1\oplus 0\oplus 1=1\Rightarrow a_{13}=1,\\
&w(1,1,0)=a_{12}\oplus 1\oplus 0\oplus 1=1\Rightarrow a_{12}=1,\\
&w(1,1,1)=a_{123}\oplus 1\oplus 1\oplus 1\oplus 1\oplus 0\oplus 0\oplus 1=0\Rightarrow a_{123}=1.
\end{aligned}
$$

Поучается, что $w=x_1x_2x_3\oplus x_1x_2\oplus x_2x_3\oplus x_1x_3\oplus x_1\oplus 1$ нелинена.

Принадлежность классам Поста обобщим в таблице:

	T_0	T_1	S	M	L
f	-	+	-	-	-
w	-	-	-	-	-

Система функций $\{f,w\}$ является полной, более того, полной является уже система $\{w\}$.

3Задание

3.1 Является ли функция f двойственной к функции g

Вариант1	Вариант2
f=x∨y, g=x↔y	f=x∧y, g=x→y
Вариант 3	Вариант 4
f=x∨y, g=x→y	f=x∧y, g=x↔y
Вариант 5	Вариант 6
f=x↔y, g=x∨y	f=x→ y, g=x∧y

3.2 Будут ли монотонны следующие функции:, xy+y+x, x«y,

Вариант1	Вариант2
yΛx∨y	yΛx∨x
Вариант 3	Вариант 4
yΛx∨y∨x	x↔ y
Вариант 5	Вариант 6

$x \to y$	$x \to (y \to x)$

3.3 Определите полноту системы булевых функций. Для функционально полной системы выделите базис.

Вариант1	Вариант2
F={f_1, f_2, f_3}, где f_1=(0100 0110), f_2=(1111 1100), f_3=(1000 0010).	F={f_1, f_2, f_3}, f_1=(0110 1001), f_2=(1000 1101), f_3=(0001 1100)
Вариант 3	Вариант 4
F={f_1, f_2, f_3}, где f_1=(0100 0100), f_2=(1111 1100), f_3=(1000 0000).	F={f_1, f_2, f_3}, где f_1=(0110 0100), f_2=(1111 1000), f_3=(1000 0000).
Вариант 5	Вариант 6
F={f_1, f_2, f_3}, где f_1=(0110 0100), f_2=(1110 1101), f_3=(1000 0010).	F={f_1, f_2, f_3}, где f_1=(1100 0100), f_2=(1110 1100), f_3=(1000 0100).

4. Порядок выполнения работы

4.1 Ознакомиться с литературой.

4. 2 Выполнить задание

4.3 Ответить на контрольные вопросы, используя решение задания.

5. Содержание отчёта.

5.1 Наименование и цель работы.

5.2 Решение задания.

6. Контрольные вопросы

6.1Укажите классы Поста булевых функций

6.2Сформулируйте теорему Поста.

7. Перечень используемой литературы

7.1 Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2018.

7.2 Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2018.

7.3 Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2019

Практическая работа № 13
Выполнение операций над предикатами

1Цель работы: получить практические навыки выполнения операций над предикатами

2Теоретические сведения

Предикат – это выражение, имеющее форму высказывания, логическое значение которого определяется при подстановке конкретных значений всех входящих в это выражение предметных переменных.

В логике предикатов к операциям, имеющим место в логике высказываний, добавляются операции навешивания кванторов.
∀ — квантор общности. — «для всех x — P(x)».
∃ — квантор существования. — «есть такие x, что P(x)». (∃ ! или ∃ 1 — существует и притом единственный).
Кванторы связывают соответствующие переменные. Связанные переменные можно воспринимать как
константы, а несвязанные переменные — свободные переменные — как собственно переменные.

3Задание

3.1Записать на языке логики предикатов высказывания:

Вариант1	Вариант2
Некоторые действительные числа являются рациональными	Некоторые четные числа делятся на 5
Вариант 3	Вариант 4
Некоторые четные числа делятся на 8	Любое число, кратное 6, делится на 3.
Вариант 5	Вариант 6
Любое число, кратное 4, делится на 2	Любое число делится на 3

3.2 Представить логическими формулами следующие высказывания:

Вариант1	Вариант2
Если идёт снег или дождь, то погода пасмурная .	Если светит солнце, то все идут на прогулку.
Вариант 3	Вариант 4
Если солнце не светит дети не идут на прогулку .	Если допоздна работаешь с компьютером , то утром просыпаешься с головной болью»
Вариант 5	Вариант 6
Если идет дождь, то крыши мокрые	В квартире грязно и холодно

4. Порядок выполнения работы

4.1Ознакомиться с литературой.
4.2 Выполнить задание

5. Содержание отчёта.

5.1.Наименование и цель работы.
5.2 Решение задания

6. Контрольные вопросы

6.1Структура простого высказывания.
6.2Определение одноместного предиката.
6.3Область истинности одноместного предикат
6.4Определение двухместного предиката
6.5Какие предикаты являются равносильными? В каком случае предикат P(x) является следствием предиката Q(x)?

7. Перечень используемой литературы

7.1Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2019.
7.2Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2018.
7.3Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2018.

Практическая работа № 14
Нахождение множества истинности предиката

1.Цель работы: получить практические навыки нахождения множества истинности предиката

2.Теоретические сведения.

Одноместным предикатом P(x) называется произвольная функция переменной x, определенная на некотором множестве X любой природы и принимающая значения из множества истина или ложь, 1 или 0, причем 1-истина, 0-ложь.

Множество X, на котором предикат определен, называется его областью определения.

Множество всех элементов x, принадлежащих X, на котором P(x) принимает значение истина, называется множеством истинности предиката P(x).

P(x)="x- простое число" можно задать таблицей, которую называют матрицей предиката или таблицей истинности предиката.

Предикат называется тождественно истинным, если его множество истинности совпадает с множеством определения X, и тождественно-ложным, если его множество истинности пусто.

Предикат выполнимый, если в области определения для одних значений истина, а для других ложь.

Двухместный предикат - логическая функция двух перемененных, определенная на декартовом произведении x и y.

X и У - предметные константы.

Предикат становится высказыванием, если в нем переменные заменить конкретными значениями из области определения.

Множество истинности двухместного предиката - множество P, соответствующего декартового произведения, причем для всякой пары x и y из множества P имеет место P(x;y)=И

Если P=XxУ то предикат P(x,y) называют тождественно истиным на множествах X и У.

Если Рист - пустое множество, то P(x,y) называют тождественно ложным на множествах X и У.

Н-местным предикатом называется функция от н переменнных, определенная на декартовом произведении множеств этих переменных и принимающих значения истина или ложь.

Булевская функция F{x1,x2...xn} н переменных - частный случай предиката: x1=x2=...=xn={0;1}

Рассмотрим высказывание с переменной $x^2 + y^2 = 25$.

$x = 3$ $y = -4$

$3^2 + (-4)^2 = 25$ — истинное высказывание,

$x = 2$ $y = 3$

$2^2 + 3^2 = 25$ — ложное высказывание.

Те наборы значений переменных, при которых получается истинное высказывание, образуют область истинности высказывания с переменными.

Определение Предикат — это высказывание с переменными.

Пример Область истинности предиката $x^2 = 4$ — $\{-2; 2\}$;

3.Задание

3.1 Пусть даны предикаты: $P(x)$: x — четное число и $Q(x)$: x кратно 3, определенные на множестве натуральных чисел. Найти области истинности предикатов

Вариант1	Вариант2
$P(x)\&Q(x)$	$P(x) \to Q(x)$
Вариант 3	Вариант 4
$P(x) \vee Q(x)$	P(x)Λ∨Q(x)
Вариант 5	Вариант 6
¬ P(x)Λ∨ Q(x)	P(x)Λ∨ ¬Q(x)

3.2 Даны предикаты

$P(x)\ :\ x^2 + x + 1 > 0,\ Q(x)\ :\ x^2 - 4x + 3 = 0,$

определенные на множестве вещественных чисел. Установить, какие из следующих высказываний истинны и какие ложны:

Вариант1	Вариант2
$\forall x\ P(x)$	$\forall x\ Q(x)$
Вариант 3	Вариант 4
$\exists x\ P(x)$	$\exists x\ Q(x)$
Вариант 5	Вариант 6
∀x ¬ Q(x)	∃x ¬ P(x)

3.3Найдите множества истинности предикатов

Вариант1	Вариант2
$A(x)\&B(x)$	$C(x) \vee D(x)$
Вариант 3	Вариант 4
$C(x)\&B(x)$	$A(x) \vee B(x) \vee D(x)$
Вариант 5	Вариант 6
$\neg B(x)\&D(x)$	$A(x)\&B(x)\&D(x)$

4. Порядок выполнения работы

4.1 Ознакомиться с литературой.

4.2 Выполнить задание

4.3 Ответить на контрольные вопросы, используя решение задания.

5.Содержание отчёта.

5.1 Наименование и цель работы.

5.2 Решение задания.

6. Контрольные вопросы

6.1Дайте определение предиката

6.2Какой предикат называется тождественно истинным?

6.3Какой предикат называется выполнимым?

7. Перечень используемой литературы

7.1Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2019.
7.2Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2018.
7.3Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2018.

Практическая работа № 15
Выполнение интерпретации и классификации формул алгебры предикатов

1. Цель работы: **получить практические навыки выполнения интерпретации и классификации формул алгебры предикатов**

2. Теоретические сведения.

Понятие формулы логики предикатов

Определим понятие формулы логики (исчисления) предикатов (логики I порядка или элементарной логики).

Алфавит состоит из символов некоторой конкретной сигнатуры σ и значков:

x0, x1, x2, … - предметные переменные + связки: $\&, \vee, \rightarrow, \neg, \forall, \exists, (,), ,$

- ***Термы*** – слово из 1 буквы, которое является либо переменной, либо константой.
  В σ_2 x0, a, в – термы
- ***Атомарные формулы*** – слово вида P(t_1, t_2, …,t_n), где (t_1, t_2, …,t_n) – термы, P – n-местный предикат.
- ***Формула сигнатуры*** σ – это слово указанного алфавита, которое можно построить по правилам:
  1 Любая атомарная формула это формула.
  2 Для любых формул α и β слова $\alpha \& \beta,\ \alpha \vee \beta,\ \alpha \rightarrow \beta,\ \neg\alpha$ - это формулы.
  3 Если α – формула, x – пропозициональная переменная, то слова $\forall x \alpha$, где $\forall x \alpha$ - это формула.

Переменная, входящие в формулу может иметь в ней разные вхождения, а эти вхождения бывают либо свободными, либо связными.

Переменная называется **свободной** в формуле, если хотя бы одно ее вхождение в этой формуле свободно.

Формулы без свободных предметных переменных называются **замкнутыми**, а формулы, содержащие свободные переменные – **открытыми**.

Если формула не содержит свободных предметных переменных, то, задав множество M и приписав предикатным символам конкретные предикаты, мы получим высказывание (точнее говоря, значение истинности). Если же в формуле есть свободные вхождения предметных переменных, то получим высказывательную форму от этих переменных, которая станет высказыванием, если подставить вместо свободных вхождений переменных элементы множества M. Множество M называется предметной областью, а переменные – предметными переменными.

Определение. Интерпретация *I* формулы *F* исчисления предикатов состоит из непустой предметной области *M* и указания значения всех констант, функциональных и предметных символов, входящих в *F*. При этом:

1. каждой константе ставится в соответствие некоторый элемент из *M*;

2. каждому *n* -местному функциональному символу ставится в соответствие функция $M^n \rightarrow M$;

3. каждому *n* - местному предикатному символу ставится в соответствие *n* -местный предикат $M^n \rightarrow B$.

Если задана интерпретация *I*, то значение формулы определяется по следующим правилам:

а) если заданы значения формул G и H, то значения формул $\overline{G}, G \wedge H, H \vee G, H \to G$ можно определить по таблицам;

в) $(\forall x)G$ принимает значение И, если G имеет значение И для$(\forall x) \in M$; в противном случае G принимает значение Л;

с) $(\exists x)G$ принимает значение *И*, если *G* принимает значение *И* хотя бы для одного $x \in M$; в противном случае *G* принимает значение *Л*.

Пример Рассмотрим формулу

$G : (\forall x)(P(x) \to Q(f(x), a))$.

Интерпретация:

1. M={1,2};
2. a=1;
3. f(1)=2; f(2)=1;
4. P(1)=И, P(2)=И; Q(1,1)=И, Q(1,2)=И; Q(2,1)=Л, Q(2,2)=И.

В данной интерпретации формула G принимает значение И.

В исчисление предикатов переносятся формулировки противоречивости (непротиворечивости), общезначимости (необщезначимости), логического следствия, данные для исчисления высказываний.

Сформулируем классификационные определения для формул логики предикатов.

Рассмотрим некоторую интерпретацию с множеством М.

Определение. Формула А **выполнима в данной интерпретации**, если существует набор <a1, …, a_n>, $a_i \in M$, значений свободных переменных $x_1, \ldots, x_n$ формулы А такой, что $A(a_1, \ldots, a_n)$=И.

Определение. Формула А **истинна в данной интерпретации**, если она принимает значение И на любом наборе <a1, …, an>, $a_i \in M$, значений своих свободных переменных $x_1, \ldots, x_n$.

Определение. Формула А **выполнима** (в логике предикатов), если существует интерпретация, в которой А выполнима.

Определение. Формула А, истинная при любой интерпретации, называется **общезначимой** или тождественно-истинной (в логике предикатов).

3. Задание

3.1Какие вхождения переменных являются свободными, а какие связанными в следующих формулах:

Вариант1	Вариант2
$\exists x\, A(x, y)$	$\forall x(P(x, y) \to \forall y\, Q(y))$
Вариант 3	Вариант 4
$\forall x(P(x,y)$	$\forall x(P(x,y) \to \forall y\, R(x,y)$
Вариант 5	Вариант 6
$\forall y\, R(x,y)$	$\forall x(Q(x,y)$

3.2 Определить истинность, ложность или выполнимость следующих формул:

Вариант1	Вариант2
$\forall x A(x)$	□$\forall x(A(x) \vee \neg A(x))$
Вариант 3	Вариант 4
□$\forall x \exists y A(x, y)$	$\exists x(A(x) \wedge \neg A(x))$

Вариант 5	Вариант 6
$\forall x(A(x) \wedge \neg A(x))$	□$\exists x(A(x) \vee \neg A(x))$

4 Порядок выполнения работы
4. 1Ознакомиться с литературой.
4 2 Выполнить задание

5 Содержание отчёта.
5.1Наименование и цель работы.
5.2 Решение задания.

Контрольные вопросы

6.1Что называется формулой логики предикатов?
6.2Сформулируйте основные правила построения формул.
6.3Из чего состоит алфавит логики предикатов?

7 Перечень используемой литературы

7.1Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2019.
7.2Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2018.
7.3Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2018.

Практическая работа № 16
Выполнение записей на языке алгебры предикатов

1.Цель работы: получить практические навыки выполнения записей на языке алгебры предикатов

2.Теоретические сведения.

Предикатом $P(x_1,..., x_n)$ называется функция $P{:}M^n \to \{0,1\}$, т.е. функция, принимающая значение "0" или "1", аргументы которой пробегают значения из произвольного множества M. В ЛП используется два квантора: **квантор всеобщности и квантор существования**. Первый обозначается как $\forall$, а запись $\forall xP(x)$ эквивалентна утверждению: "Для всех x из области его определения имеет место $P(x)$. Второй квантор обозначается как $\exists$, а запись $xP(x)$ эквивалентна утверждению: "Найдется, по крайней мере, один x в области определения x, такой, что истинен $P(x)$".

Алфавит ЛП состоит из предметных переменных $x_1, x_2,..., x_n$, принимающих значения из некоторой предметной области; предметных констант $a_1, a_2 , ... , a_m$; предикатных букв (констант) $P_1 , P_2 , ... , P_K$; функциональных букв (констант) $f_1 , f_2 ,..., f_q$; знаков логических связок. v , & , ┐ , → ; кванторов ∀ , ∃ и скобок (0

3.Задание

3.1Представить логическими формулами следующие выска-зывания:

Вариант1	Вариант2
Верно, что для всех х выполняется свойство Р	Не верно, что не существует х, для котороо выполняется свойство Р
Вариант 3	Вариант 4

Верно, что не существует x, для которого не выполняется свойство P	Не верно, что не для всех x не выполняется свойство P
Вариант 5	Вариант 6
Верно, что существует x, для которого не выполняется свойство P	Не верно, что для всех x выполняется свойство P

3.2 Переведите следующие формулы на естественный язык:

Вариант1	Вариант2
$\exists z(2z = x)$	$\exists y(y+2 = x)$
Вариант 3	Вариант 4
$\neg \exists z(3z = x)$	$\exists y(3y = x)$
Вариант 5	Вариант 6
$\exists y(y \,\&\, y = x)$	$\exists y \exists z(y \,\&\, y = z) \wedge (z \,\&\, y = x)$

4. Порядок выполнения работы
4. 1Ознакомиться с литературой.
4 2 Выполнить задание

5. Содержание отчёта.
5.1Наименование и цель работы.
5.2 Решение задания.

6. Контрольные вопросы
6.1Что называется формулой логики предикатов?
6.2Сформулируйте основные правила построения формул.
6.3Из чего состоит алфавит логики предикатов?

7. Перечень используемой литературы
7.1Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2019.
7.2Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2018.
7.3Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2018.

Практическая работа № 17
Решение задач на применение алгебры предикатов к алгебре множеств

1.Цель работы: получить практические навыки решения задач на применение алгебры предикатов к алгебре множеств

2.Теоретические сведения

Логические операции в алгебре предикатов

Отрицание $(\neg F(t_1,t_2,\ldots,t_n))$ есть одноместная операция, посредством которой из данной формулы $F(t_1,t_2,\ldots,t_n)$ получают ее отрицание. Например, задан предикат P(x,"стол"):=«находиться около стола». Тогда:

$\forall_x(\neg P(x,\text{"стол"}))$:=«для всех x верно, что x не находится около стола»,

$\neg\forall_x(P(x,\text{"стол"}))$:=«не для всех x верно, что x находится около стола»,

$\neg\exists_x$(P(x,"стол")):=«нет таких x, для которых верно, что x находится около стола”.

Конъюнкция $(F_1(t_{11},t_{12},\dots,t_{1n})\&F_2(t_{21},t_{22},\dots,t_{2n}))$ есть двуместная операция, посредством которой из формул F_1 и F_2 получают новую формулу F $(t_{11},t_{12},\dots,t_{1n},t_{21},t_{22},\dots,t_{2n})$ с числом предметных переменных и постоянных, равным объединению их в исходных формулах.

Значение формулы F истинно тогда и только тогда, когда истинны обе формулы F_1 и F_2. Например, даны предикаты $P_1(x)$:=«быть выдающимся музыкантом» и $P_2(x)$:=«быть талантливым писателем». Тогда:

$\exists_x(P_1(x))\&\exists_x(P_2(x))$:=«существуют выдающиеся музыканты и существуют талантливые писатели»,

$\exists_x(P_1(x)\&P_2(x))$:=«существуют лица, которые являются выдающимися музыкантами и талантливыми писателями».

$\neg\forall_x(P_1(x)\&P_2(x))$:=«не каждый может быть и выдающимся музыкантом, и талантливым писателем».

Дизъюнкция $(F_1(t_{11},t_{12},\dots,t_{1n})\vee F_2(t_{21},t_{22},\dots,t_{2n}))$ есть двуместная операция, посредством которой из формул F_1 и F_2 получают новую формулу F $(t_{11},t_{12},\dots,t_{1n},t_{21},t_{22},\dots,t_{2n})$ с числом предметных переменных и постоянных, равным объединению их в исходных формулах. Значение формулы F ложно тогда и только тогда, когда ложны обе формулы F_1 и F_2. Например, пусть предметные переменные x, y - города России; заданы предикаты $P_1(x,y)$:=«транспортная связь x и y поездом», $P_2(x,y)$:=«транспортная связь x и y самолетом», $P_3(x,y)$:=«транспортная связь x и y автобусом». Тогда:

$\forall_x\forall_y(P_1(x,y)\vee P_2(x,y)\vee P_3(x,y))$:= «для всех городов России возможна транспортная связь поездом, автобусом или самолетом».

Импликация $(F_1(t_{11},t_{12},\dots,t_{1n})\to F_2(t_{21},t_{22},\dots,t_{2n}))$ есть двухместная операция, посредством которой из формул F_1 и F_2 получают новую формулу $F(t_{11},t_{12},\dots,t_{1n},t_{21},t_{22},\dots,t_{2n})$ с числом предметных переменных и постоянных, равным объединению их в исходных формулах. Значение формулы F ложно тогда и только тогда, когда F_1 истинно, а F_2 - ложно. Например, заданы предикаты $P_1(x)$:=«быть судьей», $P_2(x)$:=«быть юристом». Тогда:

$\forall_x(P_1(x)\to P_2(x))$:=«все судьи – юристы»,

$\neg\forall_x(P_2(x)\to P_1(x))$:=«неверно, что все юристы – судьи».

Эквивалентность $(F_1(t_{11}, t_{12},\dots, t_{1n})\leftrightarrow F_2(t_{21}, t_{22},\dots, t_{2n}))$ есть двуместная операция, посредством которой из формул F_1 и F_2 получают новую формулу $F(t_{11},t_{12},\dots,t_{1n},t_{21},t_{22},\dots,t_{2n})$ с числом предметных переменных и постоянных, равным объединению их в исходных формулах. Значение формулы истинно тогда и только тогда, когда обе формулы F_1 и F_2 имеют одно и то же значение истины или лжи. Например, пусть x - предметная переменная и задан предикат P(x). Тогда:

$\exists_x(P(x))\leftrightarrow\neg\forall_x(\neg P(x))$:= «формула существования переменной x, для которой P(x) истинен, эквивалентна формуле «не для всех x P(x) ложен»».

3.Задания

3.1 Выполнить задания

Вариант1	Вариант2
Даны предикаты P(x)=«x делится на два», Q(x)=«x делится на три». Найти множество истинности предикатов $P \vee Q$, $P \wedge Q$	Даны предикаты: P(x): "x - четное число" и Q(x): "x кратно 3".Найти множество истинности предикатов $P(x) \vee Q(x)$, $P(x) \wedge Q(x)$
Вариант 3	Вариант 4

Даны предикаты P(x)=«x делится на три», Q(x)=«x делится на пять». Найти множество истинности предикатов $P \vee Q$, $P \wedge Q$	Даны предикаты: P(x): "x - нечетное число" и Q(x):"x кратно 5".Найти множество истинности предикатов $P(x) \vee Q(x)$, $P(x) \wedge Q(x)$
Вариант 5	Вариант 6
Даны предикаты P(x)=«x делится на пять», Q(x)=«x делится на семь». Найти множество истинности предикатов $P \vee Q$, $P \wedge Q$	Даны предикаты: P(x): "x - нечетное число" и Q(x): "x кратно 7".Найти множество истинности предикатов $P(x) \vee Q(x)$, $P(x) \wedge Q(x)$

3.2 На множестве M={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20} заданы предикаты: A(x) – «число x не делится на 5», B(x) – «x – число четное», C(x) – «x – число простое», D(x) – «число x кратно 3». Найти множество истинности следующих предикатов:

Вариант1	Вариант2
$A(x) \wedge \overline{D(x)}$	$A(x) \wedge D(x)$
Вариант 3	Вариант 4
$C(x) \Rightarrow A(x)$	$A(x) \vee D(x)$
Вариант 5	Вариант 6
$A(x) \wedge B(x)$	$B(x) \vee D(x)$

4. Порядок выполнения работы

4. 1 Ознакомиться с литературой

4. 2 Выполнить задание

4. 3 Ответить на контрольные вопросы, используя решение задания

5. Содержание отчёта

5.1Наименование и цель работы

5.2 Решение задания

6. Контрольные вопросы

6.1Что называют предикатом?

6.2Сформулируйте логические операции над предикатами.

7. Перечень используемой литературы

7.1Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2019.

7.2Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2018.

7.3Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2018.

Практическая работа № 18

Выполнение равносильных преобразований неравенств и уравнений методами алгебры предикатов

1.Цель работы: приобрести практические навыки равносильных преобразований неравенств и уравнений методами алгебры предикатов

2.Теоретические сведения

Равносильность формул

Пусть формулы F и G имеют одно и то же множество свободных переменных, тогда:

– F и G равносильны (эквивалентны) в данной модели, если на любом наборе значений свободных переменных они принимают одинаковые значения.

– F и G равносильны (эквивалентны) на множестве M, если они равносильны во всех моделях, заданных на множестве M.

– F и G равносильны (эквивалентны) (в логике предикатов), если они равносильны на всех множествах (тогда будем писать F=G)

3.Задания

3.1 Используя равносильные преобразования выполнить:

Вариант1	Вариант2
Доказать A&B∨¬A&B≡A&B∨¬A&B∨B	Вывести закон поглощения вида: A∨(A&B)≡A
Вариант 3	Вариант 4
Доказать тождество: (A∨B)&(A∨¬B)≡A	Вывести закон поглощения вида: A&(A∨B)≡A.
Вариант 5	Вариант 6
Упростить формулу ¬(Ф1→Ф2)&(¬Ф3∨¬Ф4)∨¬(Ф1∨Ф2)& ¬(Ф3&Ф4	Упростить формулу ¬(Ф1→Ф2) ∨ (¬Ф3∨¬Ф4)∨¬(Ф1∨Ф2)&(Ф3&Ф4

3.2 Дано неравенство $kx+l^2>0$. При каких значениях k истинны следующие высказывания:

Вариант1	Вариант2
$A_1(k)\equiv$ {При любом l неравенство имеет хотя бы одно решение}	$A_2(k)\equiv$ {Существует l , при котором неравенство верно для всех x }
Вариант 3	Вариант 4
$A_3(k)\equiv$ {При любом l неравенство верно для всех x },	$A_4(k)\equiv$ {Существует l , при котором неравенство имеет хотя бы одно решение}?
Вариант 5	Вариант 6
k) = {Существует l, при котором енство не имеет ни одного решения}?	$A_6(k)=$ {Н е существует l , при котором неравенство не имеет ни одного решения}?

4.Порядок выполнения работы

4.1Ознакомиться с литературой.

4.2 Выполнить задание

4.3 Ответить на контрольные вопросы, используя решение задания.

5.Содержание отчёта.

5.1Наименование и цель работы.

5.2 Решение задания.

6.Контрольные вопросы

. 6.1Что называют исчислением предикатов?

6.2Сформулируйте аксиомы исчисления предикатов.

7. Перечень используемой литературы

7.1Спирина М.С. Дискретная математика. М.: Высшая школа, 2019.
7.2Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. М.: ACADEMA, 2018.
7.3Просветов Г.И., Дискретная математика. Задачи и решения. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2018.