

ПРИЛОЖЕНИЕ 2
к рабочей программе

**МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ
«РОСТОВСКИЙ-НА-ДОНУ КОЛЛЕДЖ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ,
ИНФОРМАЦИОННЫХ И ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»
(ГБПОУ РО «РКРИПТ»)**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ
ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ**

по дисциплине

ООД.04 МАТЕМАТИКА

для специальности

**11.02.16 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт электронных приборов
и устройств**

Квалификация выпускника:
специалист по электронным приборам и устройствам

Составитель:
Сельцина Н.В.,
преподаватель высш. квалиф. кат.
ГБПОУ РО «РКРИПТ»

2024, г. Ростов-на-Дону

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	стр 3
1. Практическая работа №1.....	стр 7
2. Практическая работа №2.....	стр 11
3. Практическая работа №3.....	стр 14
4. Практическая работа №4.....	стр 19
5. Практическая работа №5.....	стр 23
6. Практическая работа №6.....	стр 27
7. Практическая работа №7.....	стр 30
8. Практическая работа №8.....	стр 34
9. Практическая работа №9.....	стр 38
10. Практическая работа №10.....	стр 42
11. Практическая работа №11.....	стр 45

Введение

Лабораторные и практические занятия по учебной дисциплине ООД 04 Математика составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки и направлены на подтверждение теоретических положений и формирование практических умений и практического опыта:

ОК.01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК.02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК. 03 Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ОК. 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ОК. 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста

ОК. 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения

ОК. 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях

ОК.08 Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности

ОК.09 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

Профессиональные компетенции:

ПК.1.1 Осуществлять сборку, монтаж и демонтаж электронных приборов и устройств в соответствии с требованиями технической документации.

ПК.1.2 Осуществлять сборку, монтаж и демонтаж электронных приборов и устройств и их настройку и регулировку в соответствии с требованиями технической документации и с учетом требований технических условий

Лабораторные и практические занятия относятся к основным видам учебных занятий.

Выполнение студентами лабораторных и практических работ направлено:

- на обобщение, систематизацию, углубление, закрепление

- полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин;
- формирование умений применять полученные знания на практике;
 - реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
 - развитие интеллектуальных умений (аналитических, проектировочных, конструкторских и др.) у будущих специалистов;
 - выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Ведущей дидактической целью лабораторных занятий является экспериментальное подтверждение и проверка существенных теоретических положений (законов, зависимостей).

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование практических умений – профессиональных (выполнять определенные действия, операции, необходимые в последующем в профессиональной деятельности) или учебных (решать задачи по математике, физике, химии, информатике и др.), необходимых в последующей учебной деятельности.

Содержанием лабораторных работ по дисциплине /профессиональному модулю являются экспериментальная проверка формул, методик расчета, установление и подтверждение закономерностей, ознакомление с методиками проведения экспериментов, установление свойств веществ, их качественных и количественных характеристик, наблюдение развития явлений, процессов и др. В ходе выполнения заданий у студентов формируются практические умения и навыки обращения с различными приборами, установками, лабораторным оборудованием, аппаратурой, которые могут составлять часть профессиональной практической подготовки, а также исследовательские умения (наблюдать, сравнивать, анализировать, устанавливать зависимости, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследование, оформлять результаты).

Содержанием практических занятий по дисциплине /профессиональному модулю являются решение разного рода задач, в том числе профессиональных (анализ производственных ситуаций, решение ситуационных производственных задач, выполнение профессиональных функций в деловых играх и т.п.), выполнение вычислений, расчетов, чертежей, работа с измерительными приборами, оборудованием, аппаратурой, работа с нормативными документами, инструктивными материалами, справочниками, составление проектной, плановой и другой технической и специальной документации и другое.

Содержание практических, лабораторных занятий охватывают весь круг профессиональных умений, на подготовку к которым ориентирована данная дисциплина/профессиональный модуль, которые в дальнейшем закрепляются и совершенствуются в процессе курсового проектирования,

практикой по профилю специальности и преддипломной практикой.

Лабораторные занятия проводятся в специально оборудованных учебных лабораториях. Практическое занятие должно проводиться в учебных кабинетах или специально оборудованных помещениях (площадках). Продолжительность занятия – не менее 2-х академических часов. Необходимыми структурными элементами занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также организация обсуждения итогов выполнения работы.

Все студенты, связанные с работой в лаборатории, обязаны пройти инструктаж по безопасному выполнению работ, о чем расписываются в журнале инструктажа по технике безопасности.

Выполнению лабораторных и практических работ предшествует проверка знаний студентов, их теоретической готовности к выполнению задания.

Лабораторные и практические работы студенты выполняют под руководством преподавателя. При проведении лабораторных и практических занятий учебная группа может делиться на подгруппы численностью не менее 8 человек. Объем заданий для лабораторных и практических занятий спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть выполнены качественно большинством студентов.

Формы организации работы обучающихся на лабораторных работах и практических занятиях: фронтальная, групповая и индивидуальная.

При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу. При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется бригадами по 2 - 5 человек. При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.

Отчет по практической и лабораторной работе представляется в печатном виде в формате, предусмотренном шаблоном отчета по практической, лабораторной работе. Защита отчета проходит в форме доклада обучающегося по выполненной работе и ответов на вопросы преподавателя.

Оценки за выполнение лабораторных работ и практических занятий могут выставляться по пятибалльной системе или в форме зачета и учитываться как показатели текущей успеваемости студентов.

Критерии оценки лабораторных, практических работ.

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5», но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Построение графиков тригонометрической функции

1. Цель занятия: научиться строить графики тригонометрических функций, читать свойства тригонометрических функций по их графикам, выполнять преобразования графиков.

2. Печатные издания

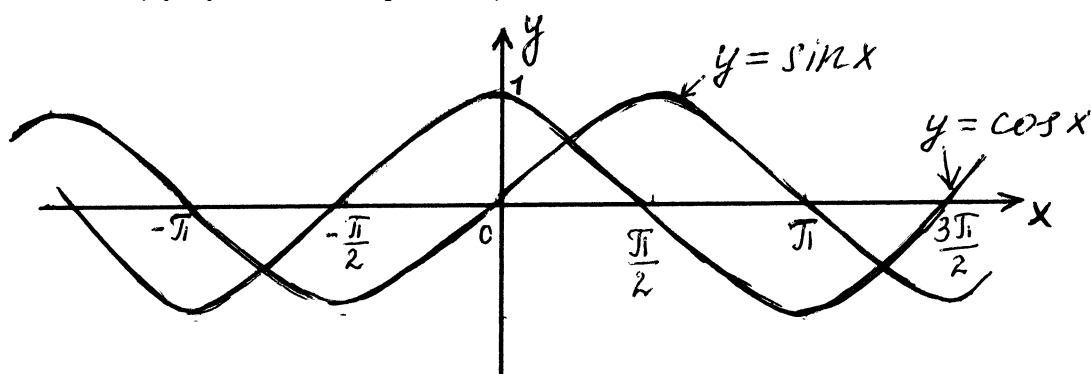
1. Башмаков М.И. Математика. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

3. Краткие теоретические сведения:

$y = \sin x$ (график - синусоида)

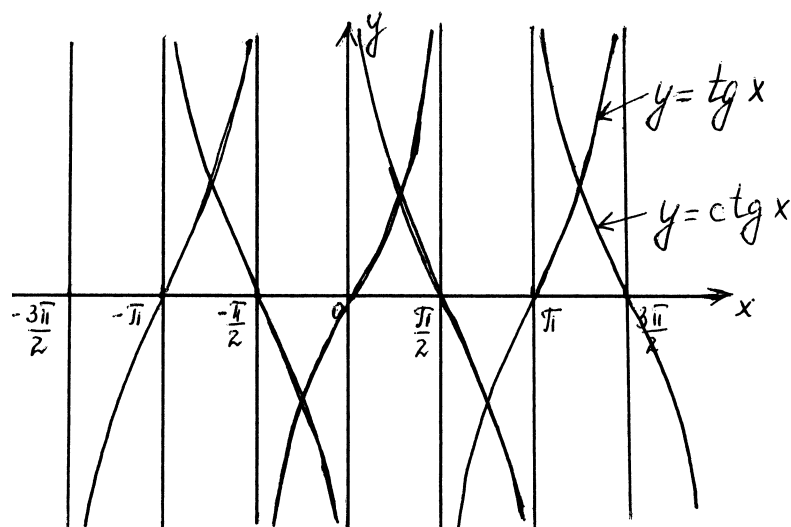
$y = \cos x$ (график - косинусоида)



Так выглядит осциллограмма тока (зависимость мгновенных значений тока от времени).

$y = \operatorname{tg} x$

$y = \operatorname{ctg} x$



Преобразование графиков.

Графики следующих функций получаются из графика функции $y = \sin x$ ($k \in \mathbb{N}$):

$y = k \sin x$ - растяжением вдоль оси Оу в k раз.

$y = \frac{1}{k} \sin x$ - сжатием вдоль оси Оу в k раз.

$y = \sin kx$ - сжатием вдоль оси Ох в k раз.

$y = \sin \frac{x}{k}$ - растяжением вдоль оси Ох в k раз.

$y = \sin(x + k)$ - сдвигом вдоль оси Ох на k единиц влево.

$y = \sin(x - k)$ - сдвигом вдоль оси Ох на k единиц вправо.

$y = \sin x + k$ - сдвигом вдоль оси Оу на k единиц вверх.

$y = \sin x - k$ - сдвигом вдоль оси Оу на k единиц вниз.

Аналогичны преобразования для графиков функций $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$,
 $y = \operatorname{Ctg} x$.

Примеры решения задач:

Задание 1.

Построить график функции $y = 3 \sin x$, используя график, указать:

- наибольшее и наименьшее значение функции;
- интервалы возрастания и убывания функции;
- нули функции.

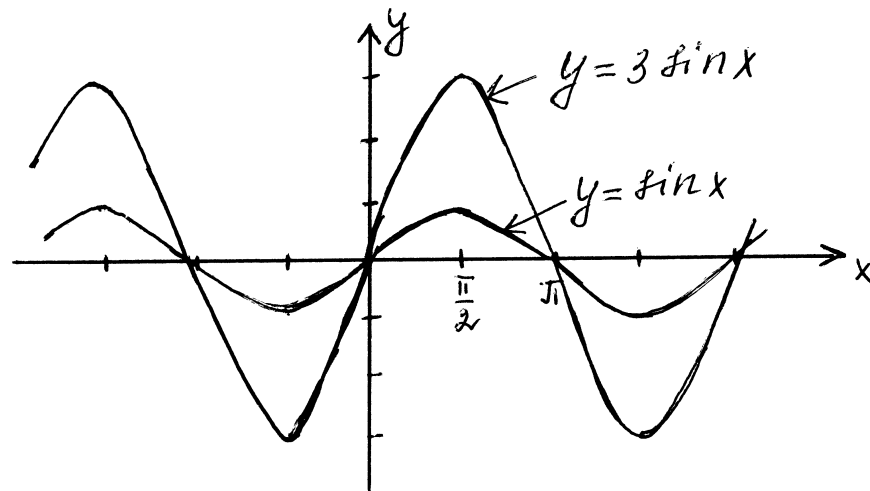


График $y = 3 \sin x$ получается из графика функции $y = \sin x$ путем растяжения его вдоль оси Оу в 3 раза.

а) $y_{\max} = 3$ при $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$y_{\min} = -3$ при $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) функция возрастает на $(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$,

убывает на $(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$

в) $y = 0$ при $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Задание 2.

Построить график функции $y = \cos x - 2$ и указать:

- область определения и множество значений функции;
- период функции;
- ось симметрии.

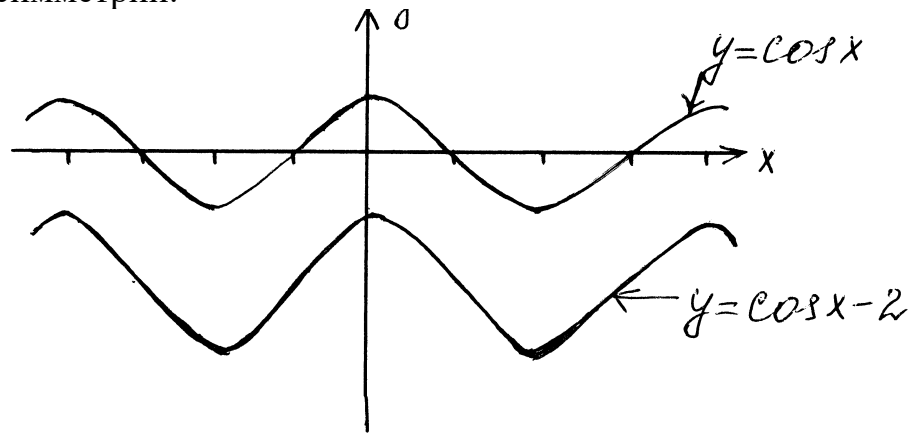


График функции $y = \cos x - 2$ получается из графика функции $y = \cos x$ сдвигом его на 2 единицы вниз вдоль оси Oy .

а) область определения функции: $D(y): x \in \mathbb{R}$

Множество значений функции: $E(y): y \in [-1; -3]$

б) период функции $T = 2\pi$

в) график функции $y = \cos x - 2$ симметричен относительно оси Oy .

4. Задания:

4.1. Построить графики данных функций. Используя построенные графики указать:

- Область определения и множество значений функции;
- Наибольшее и наименьшее значение функций;
- Интервалы возрастания и убывания;
- Ось симметрии;
- Нули функции

Вариант 1

1) $y = \cos x$ и $y = -\cos x$

2) $y = \sin x$ и $y = \sin \frac{x}{3}$

Вариант 2

1) $y = \sin x$ и $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

2) $y = \cos x$ и $y = 3 + \cos x$

Вариант 3

1) $y = \sin x$ и $y = -2\sin x$

2) $y = \cos x$ и $y = \cos 2x$

Вариант 4

1) $y = \cos x$ и $y = \cos \frac{x}{2}$

2) $y = \sin x$ и $y = 2 + \sin x$

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

7.1. Что такое период функции? Какие вы знаете периодические функции?

7.2. Где находят практическое применение графики тригонометрических функций (приведите примеры)?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2

Решение уравнений и неравенств графическим способом

1. Цель занятия: продолжить формирование умений и навыков в решении уравнений и неравенств графическим способом.

2. Печатные издания

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

3. Краткие теоретические сведения:

Чтобы графически решить уравнение $f(x) = g(x)$, надо:

1. построить график функции $y = f(x)$;

2. построить график функции $y = g(x)$;

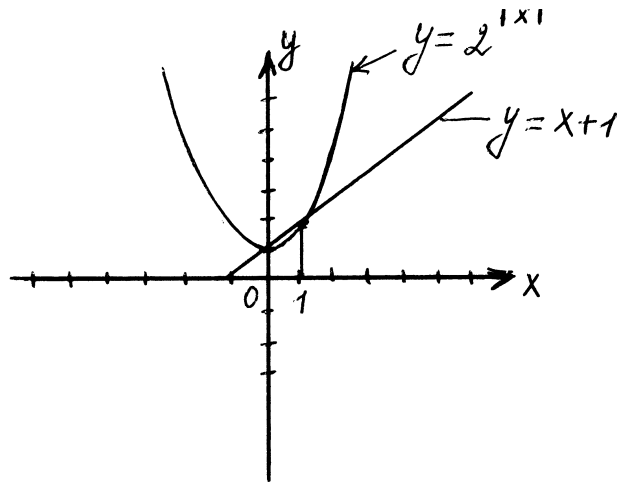
3. абсциссы точек пересечения этих графиков являются корнями данного уравнения.

Примеры решения задач:

Задание 1.

Решить графически уравнение $2^{|x|} = x + 1$.

Построим графики функции $y = 2^{|x|}$ и $y = x + 1$.



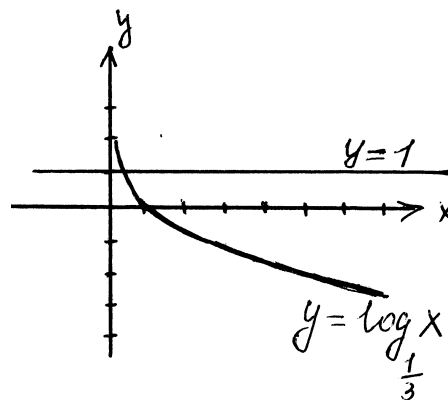
Из точек пересечения этих графиков опустим перпендикуляры на ось Ох. $x_1 = 0, x_2 = 1$.

Ответ: $x_1 = 0, x_2 = 1$

Задание 2.

С помощью графика проиллюстрируйте решение неравенства $\log_{\frac{1}{3}} x \geq 1$.

Построим графики функций $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ и $y = 1$



$(\frac{1}{3}; 1)$ - точка пересечения этих графиков. Из рисунка видно, что при

$0 < x \leq \frac{1}{3}$ график логарифмической функции $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ лежит выше

графика линейной функции $y = 1$.

Ответ: $0 < x \leq \frac{1}{3}$

Задание 3.

Изобразить на координатной плоскости xOy множество решений системы.

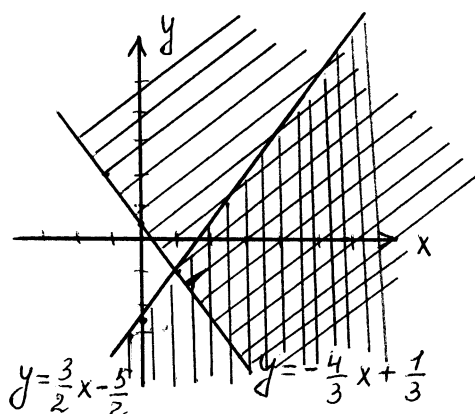
$$\begin{cases} 2y - 3x + 5 < 0, \end{cases}$$

$$3y + 4x - 1 > 0.$$

Выразим y из каждого неравенства:

$$\begin{cases} y < \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} \\ y > -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3} \end{cases}$$

Построим прямые $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$ и $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$



Первому неравенству будут удовлетворять координаты всех точек полуплоскости, лежащих ниже прямой $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$; второму неравенству будут удовлетворять координаты всех точек плоскости, лежащих выше прямой $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$.

Искомое множество решений системы покрыто двойной штриховкой.

4. Задания:

4.1. Решить графические уравнения

Вариант 1

1) $2^x = x^2$

2) $\log_2(x-2) = 2$

Вариант 3

1) $2^x = x^3$

2) $\log_3 x = -x$

Вариант 2

1) $2^x = 4x$

2) $\log_{\frac{1}{2}} x = x + 2$

Вариант 4

1) $2^x = 5 - 3x$

2) $\log_2(x+1) = 1$

4.2. С помощью графика проиллюстрируйте решение неравенств.

Вариант 1

$\log_3 x < 2$

$\log_3 x \geq 2$

Вариант 2

Вариант 3

$$\log_{\frac{1}{3}} x < -1$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x \leq 2$$

Вариант 4

4.3. Изобразить на координатной плоскости множество решений системы.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Вариант 1} \\ x \geq 0, \\ x + y - 2 \geq 0, \\ x - y + 1 \leq 0, \\ x \leq 2. \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Вариант 3} \\ 2x - y + 2 \geq 0, \\ x - y \geq -2, \\ x \leq 1, \\ 2x - y - 3 \geq 0. \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Вариант 2} \\ x - 1 \geq 0, \\ y - 1 \geq 0, \\ x + y - 3 \geq 0, \\ -6x - 7y + 42 \geq 0. \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Вариант 4} \\ 2x + y - 2 > 0 \\ x - 2y + 2 < 0 \end{array} \right.$$

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

7.1. При каком решении уравнений (аналитическом или графическом) получаются более точные корни?

Практическое занятие №3

Тема: Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера и методом Гаусса.

Цель занятия: получить практические навыки вычисления определителей 2-го и 3-го порядка и составления алгоритма решения систем линейных уравнений по формулам Крамера. и методом Гаусса.

1.Краткие теоретические сведения.

Определитель 2-го порядка:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Определитель 3-го порядка (правило треугольника):

$$+ \begin{vmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{vmatrix}$$

Для системы $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

Тогда $x = \frac{\Delta x}{\Delta}$; $y = \frac{\Delta y}{\Delta}$ -формулы Крамера.

Аналогично для системы трёх уравнений с тремя неизвестными.

Метод Гаусса (применим для системы 3х и более уравнений)

Суть метода: привести систему (матрицу соответствующую данной системе) к «треугольному» виду.

Действия, допустимые при решении системы:

Перестановка любых 2х строк местами;

Умножение любой строки на число, не равное 0;

Прибавление к одной строке другой, умноженной на какое-либо число.

2. Методика решения типовых задач

2.1.Вычислить определители.

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 5 & -7 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = 45 - (-21) = 66$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} \cos 45^\circ & \sin 30^\circ \\ \operatorname{tg} 45^\circ & \cos 90^\circ \end{vmatrix} = \cos 45^\circ * \cos 90^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ * \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} * 0 - 1 * \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{в) } \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 45 + 18 + 8 - (15 + 12 + 16) = 8$$

2.2 Решить системы уравнений методом Крамера

$$a) \begin{cases} x+2y=5 \\ -7x+3y=1 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -7 & 3 \end{vmatrix} = -3+14=11$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} -5 & 2 \\ -13 & 3 \end{vmatrix} = -15+26=11$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ -7 & -13 \end{vmatrix} = 13-35=-22$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta}, \quad x = \frac{11}{11}=1$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta}, \quad y = \frac{-22}{11}=-2$$

Ответ: (1; -2)

$$b) \begin{cases} 3x+2y+z=3 \\ 5x-2y-2z=3 \\ x+y-z=-2 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -25$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 25$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -25$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 2 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 50$$

$$x = \frac{25}{25}=1$$

$$y = \frac{-25}{25}=-1$$

$$z = \frac{50}{25}=2$$

Ответ: (1; -1; 2)

2.3 Решить систему методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x+y-z=4 \\ x+2y+z=5 \\ 5x-y+3z=12 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 5 \\ 5 & -1 & 3 & 12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 4 \\ 5 & -1 & 3 & 12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & -3 & -3 & 2 \\ 0 & -11 & -2 & -13 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -11 & -2 & -13 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 9 & 9 \end{array} \right)$$

Обратный ход метода Гаусса:

$$1) \ 9z=9 \\ z=1$$

$$2) \ y+z=2 \\ y+1=2 \\ y=1$$

$$3) \ x+2y+z=5 \\ x+2+1=5 \\ x=2$$

Ответ: (2; 1; 1).

3. Порядок выполнения практической работы.

- 3.1 Изучить краткие теоретические сведения.
- 3.2 Решить задания своего варианта (Приложение).
- 3.3 Ответить на контрольные вопросы.

4. Содержание отчёта

- 4.1 Тема и цель занятия.
- 4.2 Решение заданий.
- 4.3 Ответы на контрольные вопросы.

5. Контрольные вопросы

- 5.1 Назовите методы решения систем линейных уравнений.
- 5.2 В каких случаях применим и удобен метод Гаусса?

6.Список справочной литературы

- 6.1. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика. Учебник. - М: Дрофа, 2019-395с.
- 6.2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. Учебное пособие. – М: Дрофа, 2019-204с.
- 6.3. Конспект лекций.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1 вариант**2 вариант**

1. Вычислить определители.

$$a) \begin{vmatrix} 2^5 & \operatorname{tg}^2 60^\circ \\ \sqrt[3]{125} & \sin 30^\circ \end{vmatrix}$$

$$a) \begin{vmatrix} 4 & \sqrt[3]{216} \\ 10 \cos 60^\circ & \operatorname{tg} 45^\circ \end{vmatrix}$$

$$б) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -8 \\ 2 & -3 & 0 \\ 4 & 9 & -3 \end{vmatrix}$$

$$б) \begin{vmatrix} -2 & 3 & 7 \\ 0 & 4 & -9 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Решить системы методом Крамера

$$a) \begin{cases} 5x - 2y - 6z = 6 \\ 7x - 5y - 4z = 6 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 4x + y - 17z = 7 \\ 3x - 5y - 7z = 6 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 3x + 4y + 2z = 5 \\ 5x - 6y - 4z = -3 \\ -4x + 5y + 3z = 1 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x - 2y + 3z = 3 \\ 3x + y - 6z = -7 \\ 9x - 2y - z = 3 \end{cases}$$

3. Решить системы методом Гаусса.

$$a) \begin{cases} x - 2y + 3z = 3 \\ 5x + y - 7z = 0 \\ 2x + 3y - z = 4 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 2x + 3y + 4z = 14 \\ x + y + 5z = 16 \\ 3x - 2y - z = 1 \end{cases}$$

3 вариант**4 вариант**

1. Вычислить определители.

$$a) \begin{vmatrix} \log_3 27 & 2^3 \\ 12 & 11 \end{vmatrix}$$

$$a) \begin{vmatrix} \operatorname{tg} 0 & \cos 60^\circ \\ \sqrt{81} & 135 \end{vmatrix}$$

$$б) \begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 5 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$б) \begin{vmatrix} 8 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Решить системы методом Крамера.

$$a) \begin{cases} 3x-2y=5 \\ 4x+y=1 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 2x-y=3 \\ 5x+3y=1 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 2x-4y+3z=1 \\ x-2y+4z=3 \\ 3x-y+5z=2 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x+2y-z=2 \\ 2x-3y+2z=2 \\ 3x+y+z=8 \end{cases}$$

3. Решить системы методом Гаусса.

$$a) \begin{cases} 2x-y+z=2 \\ 3x+2y+2z=-2 \\ x-2y+z=1 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x+2y+3z=5 \\ 2x-y-z=1 \\ x+3y+4z=6 \end{cases}$$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4

Исследование функций с помощью производной и построения графиков

1. Цель занятия: научиться находить интервалы монотонности и точки экстремума функции, находить интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба. Научиться исследовать функции с помощью производной и строить графики.

2. Печатные издания

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

3. Краткие теоретические сведения:

Если производная функции $f'(x)$ положительна на интервале $(a; b)$, то функция $y = f(x)$ возрастает на этом интервале; если производная функции $f'(x)$ отрицательна на интервале $(a; b)$, то функция $y = f(x)$ убывает на этом интервале. Точка $(x_0; y_0)$ является точкой максимума, если производная функции $f'(x)$ проходя через эту точку меняет свой знак с «+» на «-»; точка $(x_0; y_0)$ является точкой минимума, если производная $f'(x)$ проходя через эту точку меняет свой знак с «-» на «+».

Функция выпукла на интервале $(a; b)$, если вторая производная функции $f''(x)$ отрицательна на этом интервале; функция вогнута на интервале $(a; b)$,

если $f''(x)$ положительна на этом интервале. Общая схема исследования функции:

1. Указать область определения и множество значений функции;
2. Исследовать функцию на четность и нечетность.
3. Указать период функции (если есть);
4. Найти точки пересечения с осями координат;
5. Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции;
6. Указать интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба;
7. Построить график.

Примеры решения задач:

Задание 1.

Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции

$$y = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x - 2.$$

$$y' = 3x^2 - 9x + 6$$

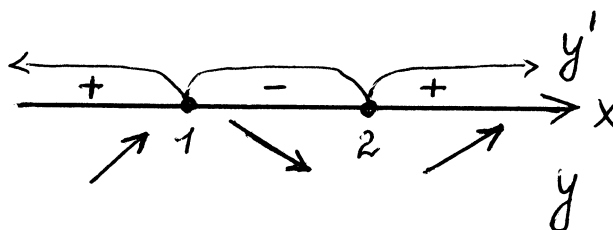
$$y' = 0 \quad 3x^2 - 9x + 6 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x_1 - 3x + 2 = 0$$

$$x_1 = 2, x_2 = 1$$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$



$(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ - интервалы возрастания функции.

$(1; 2)$ - интервал убывания функции

$y(1) = \frac{1}{2}, \left(1; \frac{1}{2}\right)$ - точка максимума

$y(2) = 0, (2; 0)$ - точка минимума

Задание 2.

Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции

$$y = x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 31x - 37$$

$$y' = 4x^3 - 30x^2 + 72x - 31$$

$$y'' = 12x^2 - 60x + 72$$

$$y'' = 0 \quad 12x^2 - 60x + 72 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x_1 = 2, x_2 = 3$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$y(2) = -19, y(3) = 5$$

вогнутости



$(2;19)$ и $(3;5)$ - точки перегиба функции

$(-\infty;2) \cup (3;+\infty)$ - интервалы вогнутости

$(2;3)$ - интервал выпуклости

Задание 3.

Исследовать и построить график функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

1. $D(y): x \in R; E(y): y \in R$

2. Данная функция не является ни четной, ни нечетной (т.е. функция общего вида).

3. Периода нет.

4. При $x = 0, y = -3$

$(0;-3)$ - точка пересечения графика с осью Oy.

Точки пересечения графика с осью Ox в данном случае найти затруднительно.

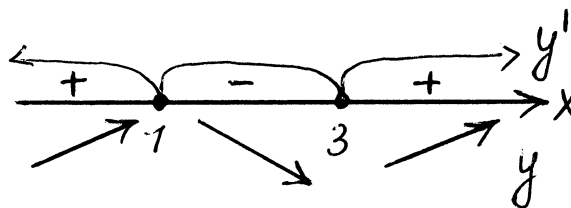
5. $y' = 3x^2 - 12x + 9$

$$y' = 0 \quad 3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = 3$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$



$(-\infty;1) \cup (3;+\infty)$ - интервалы возрастания

$(1;3)$ - интервал убывания

$$y(1) = 1, y(3) = -3$$

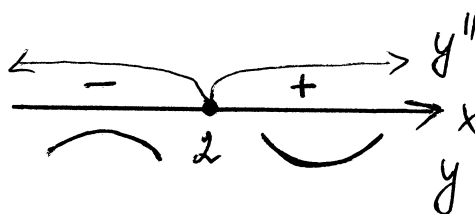
$(1;1)$ - точка максимума

$(3;-3)$ - точка минимума

6. $y'' = 6x - 12$

$$y'' = 0 \quad 6x - 12 = 0$$

$$x = 2$$

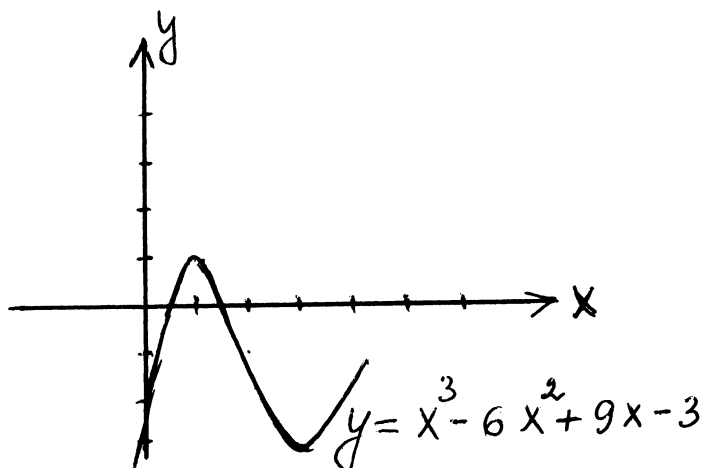


$(-\infty; 2)$ - интервал выпуклости

$(2; +\infty)$ - интервал вогнутости

$y(2) = -1, (2; -1)$ - точка перегиба

7.



4. Задания:

4.1. Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции.

Вариант 1

$$y = x^3 - 12x^2 + 36x - 10$$

Вариант 3

$$y = x^3 + 2x^2 - 4x + 3$$

Вариант 2

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 4$$

Вариант 4

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x - 4$$

4.2. Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции.

Вариант 1

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 4$$

Вариант 3

$$y = 6x^2 - x^3$$

Вариант 2

$$y = x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 100$$

Вариант 4

$$y = 2x^3 + 1$$

4.3. Исследовать и построить график функции

Вариант 1

$$y = \frac{1}{3}x^3 - x$$

Вариант 2

$$y = \frac{1}{4}x^4 - 8x$$

Вариант 3

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 4x$$

Вариант 4

$$y = x^3 - 3x$$

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

7.1. Какие точки называются точками перегиба?

7.2. Всегда ли функция имеет точки экстремума? Какие известные вам функции не имеют точек экстремума?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5

Нахождение производной. Применение её для решения практических задач.

1. Цель занятия: показать практическое применение производной, использование её при решении задач из области физики, электротехники, а также прикладных задач.

2. Печатные издания

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

3. Краткие теоретические сведения:

При прямолинейном движении тела скорость в данный момент есть производная от пути по времени: $V = S'_t$.

Ускорение в данный момент есть производная от скорости по времени: $a = V'_t$ или $a = S''_t$. Вообще, скорость изменения функции есть производная этой функции по времени.

Примеры решения задач:

Задание 1.

Точка движется прямолинейно по закону $S = 2t^3 + t^2 - 4$. Найти значения скорости и ускорения в момент времени $t = 4$.

$$V = S'_t = 6t^2 + 2t; V(4) = 6 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 = 104 \left(\frac{\text{м}}{\text{сек}} \right)$$

$$a = V'_t = 12t + 2; a(4) = 12 \cdot 4 + 2 = 50 \left(\frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \right)$$

Задание 2.

Тело массой 10 кг движется прямолинейно по закону $S = 3t^2 + t + 4$. Найти кинетическую энергию тела $\left(E = \frac{mV^2}{2} \right)$ через 4 сек после начала движения.

Найдем скорость движения в момент времени t :

$$V = S'_t = 6t + 1; V(4) = 6 \cdot 4 + 1 = 25 \left(\frac{\text{м}}{\text{сек}} \right)$$

Кинетическая энергия в момент времени $t=4$:

$$E = \frac{mV^2}{2} = \frac{10 \cdot 25^2}{2} = 3125 (\text{Дж})$$

Задание 3.

Сила тока изменяется в зависимости от времени t по закону $I = 0,4t^2$ (I – в амперах, t – в секундах). Найти скорость изменения силы тока в конце 8-ой секунды.

Скорость изменения силы тока есть производная силы тока по времени: $I'_t = 0,8t$.

$$I'_t(8) = 0,8 \cdot 8 = 6,4 \left(\frac{\text{А}}{\text{сек}} \right)$$

Задание 4.

Закон прямолинейного движения тела задан уравнением $S = -t^3 + 9t^2 - 24t - 8$. Найти максимальную скорость движения тела.

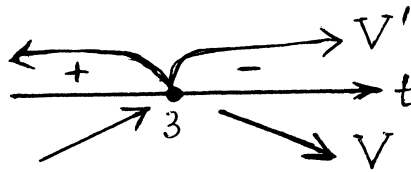
$$V = S'_t = -3t^2 + 18t - 24$$

Исследуем эту функцию на максимум и минимум

$$V'_t = -6t + 18$$

$$V'_t = 0 \quad -6t + 18 = 0$$

$$t = 3$$



При $t = 3$ скорость является наибольшей.

$$V(3) = -3 \cdot 9 + 18 \cdot 3 - 24 = 3 \text{ (М/сек)}$$

Задание 5.

Из всех прямоугольников данного периметра найти тот, у которого площадь наибольшая.

Пусть периметр равен P , x -длина одной из сторон, тогда $\frac{P-2x}{2}$ - длина другой стороны

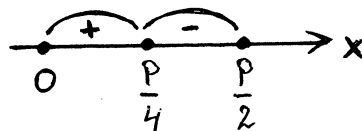
$$S = x \cdot \left(\frac{P}{2} - x \right) = \frac{P}{2}x - x^2 \quad 0 < x < \frac{P}{2}$$

Исследуем эту функцию на максимум и минимум

$$S'_x = \frac{P}{2} - 2x$$

$$S'_x = 0 \quad \frac{P}{2} - 2x = 0$$

$$x = \frac{P}{4}$$



При $x = \frac{P}{4}$ функция имеет максимальное значение.

Таким образом, из всех прямоугольников данного периметра наибольшую площадь имеет квадрат.

4. Задания:

Вариант 1

1. Температура тела T изменяется от времени t по закону $T = 0,5t^2 - 2t$. С какой скоростью нагревается это тело в момент времени $t = 5$?
2. Закон прямолинейного движения тела имеет вид $S = -t^3 + 3t^2 + 9t + 3$. Найти максимальную скорость движения тела.
3. Сумма двух положительных чисел равна 10. Какие это числа, если сумма их квадратов является наименьшей?

Вариант 2

1. Тело массой 100 кг движется прямолинейно по закону $S = 5t^2 - 2$. Найти кинетическую энергию тела через 2 сек после начала движения.
2. Дан закон прямолинейного движения тела $S = -\frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t + 1$. Найти максимальную скорость движения тела.
3. Найти число, которое в сумме со своим квадратом дает этой сумме наименьшее значение.

Вариант 3

1. Изменение силы тока I в зависимости от времени t дано уравнением $I = 2t^2 - 5t$ (I -в амперах, t - в секундах). Найти скорость изменения тока в конце 10-й секунды.
2. Дан закон прямолинейного движения тела $S = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + 5t + 3$. Найти максимальную скорость движения.
3. Произведение двух положительных чисел равно a . Чему равны эти числа, если их сумма является наименьшей?

Вариант 4

1. Тело движется по закону $S = t^3 + 5t^2 + 4$. Найти значение скорости и ускорения в момент времени $t = 2$.
2. Материальная точка совершает прямолинейное движение по закону $S = 5t + 2t^2 - \frac{2}{3}t^3$. Найти максимальную скорость движения.
3. Требуется огородить проволочной сеткой длиной 20 м. прямоугольный участок, прилегающий к стенке. Найти размеры участка, при которых его площадь будет наибольшей.

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

7.1. Сформулируйте, в чем состоит физический смысл первой и второй производной?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6

Вычисление дифференциала, его практическое применение

1. Цель занятия: отработать навыки нахождения дифференциала функций. Научиться применять дифференциал в приближенных вычислениях.

2. Печатные издания

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

3. Краткие теоретические сведения:

Определения. Главная часть приращения функции называется дифференциалом функции и обозначается dy , т.е. $dy = y' \cdot \Delta x$

Дифференциал независимой переменной dx равен её приращению Δx , т.е. $dx = \Delta x$.

Таким образом, $dy = y' \cdot dx$.

Дифференциал функции используют для приближенных вычислений.

Установлено, что приращение функций приближенно равно дифференциалу функции, т.е.

$$\Delta y \approx dy.$$

$$y(x + \Delta x) - y(x) \approx dy.$$

$$y(x + \Delta x) \approx y(x) + dy$$

$$y(x + \Delta x) \approx y(x) + y' \Delta x.$$

данная формула позволяет приближенно вычислять с помощью дифференциала.

Примеры решения задач:

Задание 1.

Для функции $y = 2x^2 - 3x + 3$ вычислить приращение и дифференциал при переходе аргумента x от значения $x_1 = 1$ к значению $x_2 = 1,001$.

$$\Delta x = x_2 - x_1, \Delta x = 1,001 - 1 = 0,001$$

$$dx = 0,001$$

$$\Delta y = y(x + \Delta x) - y(x) = y(1,001) - y(1) = 2 \cdot (1,001)^2 - 3 \cdot 1,001 + 3 - 2 + 3 - 3 = 2,004002 - 3,003 + 1 = 0,001002.$$

Вычислим, dy :

$$dy = y' \cdot dx, \quad y' = 4x - 3, \quad y'(1) = 4 - 3 = 1.$$

$$dy = 1 \cdot 0,001 = 0,001.$$

Задание 2.

Пользуясь понятием дифференциала функции, вычислить приближенно изменение функции $y = x^3 - 7x^2 + 80$ при изменении аргумента x от 5 до 5,01.

$$\Delta y \approx dy = y' \Delta x = (3x^2 - 14x) \Delta x.$$

При $x = 5$, $\Delta x = 5,01 - 5 = 0,01$ получим $\Delta y = (3 \cdot 5^2 - 14 \cdot 5) \cdot 0,01 = 0,05$.

Задание 3.

На сколько увеличится объем шара при нагревании, если его радиус $R = 5$ см удлинится на $\Delta R = 0,002$ см?

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

$$\Delta V \approx dV = V' \cdot \Delta R = 4\pi R^2 \cdot \Delta R.$$

При $R = 5$, $\Delta R = 0,002$ получим $\Delta V \approx 4 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 0,002 = 0,2\pi$ (см³)

При $\pi = 3,14$ $\Delta V = 0,628$ (см³).

4. Задания:

Вариант 1

1. Найти приращение и дифференциал функции $y = x^2$ в точке $x = 2$ при $\Delta x = 0,1$.
2. Найти приближенно значение функции (используя дифференциал) $y = 3x^2 + 2x - 1$ при $x = 2,03$.
3. Сторона квадрата 5 см. Найти приближенное приращение площади его при увеличении его стороны на 0,001 см.

Вариант 2

1. Найти приращение и дифференциал функции $y = \frac{1}{2}x^2$ в точке $x = 3$ при $\Delta x = 0,01$.
2. Найти приближенно значение функции (используя дифференциал) $y = x^3 + x^2 - 2x$ при $x = 2,01$.
3. Найти приближенное приращение площади круга, если радиус его изменяется с 50 см на 50,1 см.

Вариант 3

1. Найти приращение и дифференциал функции $y = x^3 - 5x^2 + 80$ в точке $x = 4$ при $\Delta x = 4,001$.
2. Найти приближенно значение функции (используя дифференциал) $y = x^2 + x$ при $x = 3,01$.
3. Сторона куба, равная 1 м, удлинилась на 10 см. На сколько при этом увеличился объем куба?

Вариант 4

1. Найти приращение и дифференциал функции $y = 5x^3$ в точке $x = 4$ при $\Delta x = 0,01$.
2. Найти приближенно значение функции (используя дифференциал)

$$y = x^3 - 2x + 1 \text{ при } x = 2,1.$$

3. На сколько увеличится объем шара при нагревании, если его радиус изменился с 3см до 3,002см?

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

1. Тема и цель занятия

2. Решение заданий

3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

1. Где применяется дифференциал функции?

2. Запишите формулу для приближенных вычислений с помощью дифференциала.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7

Вычисление определенного интеграла. Применение его для решения практических задач.

1. Цель занятия: продолжить формирование умений и навыков в интегрировании функций известными методами: методом непосредственного интегрирования, интегрирование подстановкой и по частям; показать практическое применение определенного интеграла.

2. Печатные издания

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

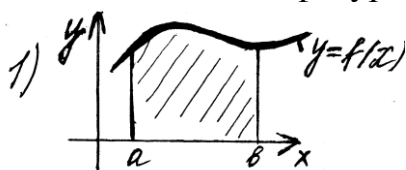
2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

3. Краткие теоретические сведения:

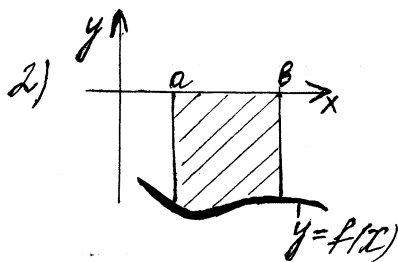
Формула Ньютона – Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx = f(x)\Big|_a^b = f(b) - f(a).$$

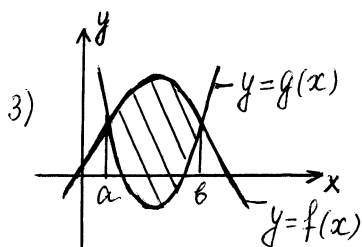
Площадь плоской фигуры:



$$S = \int_a^b f(x)dx$$

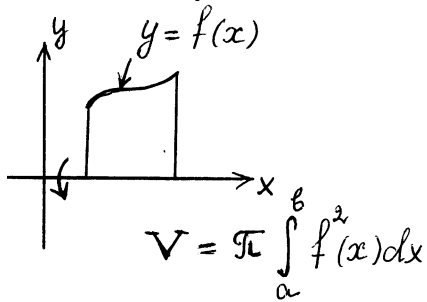


$$S = -\int_a^b f(x)dx$$



$$S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx.$$

Объём тела вращения:



Нахождение пути по заданной скорости: $S = \int_a^b V(t) dx$.

Вычисление работы переменной силы: $A = \int_a^b F(x) dx$.

Примеры решения задач:

Задание 1.

Вычислить: а) $\int_{-1}^2 (2x+3)^3 dx = \int_1^7 t^3 \cdot \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^4}{4} \Big|_1^7 = \frac{7^4}{8} - \frac{1}{8} = 300$

$$2x + 3 = t$$

$$2dx = dt$$

$$dx = \frac{1}{2} dt$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi} x \cdot \cos x dx = x \cdot \sin x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \sin x dx = \cos x \Big|_0^{\pi} = \cos \pi - \cos 0 = -1 - 1 = -2$$

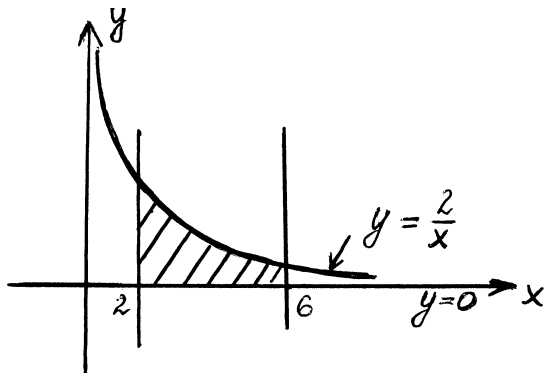
$$u = x \quad du = dx$$

$$dv = \cos x dx \quad v = \sin x$$

Задание 2.

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{2}{x}$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 6$.

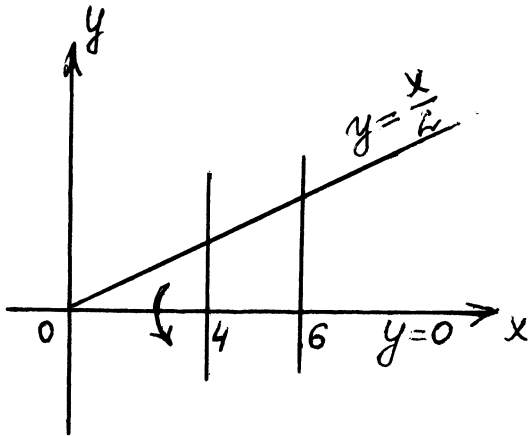
$$S = \int_2^6 \frac{2}{x} dx = 2 \ln|x| \Big|_2^6 = 2(\ln|6| - \ln|2|) = 2 \ln 3 \text{ (ед}^2\text{)}$$



Задание 3.

Найти объём тела полученного от вращения вокруг оси Ox трапеции, образованной прямыми $y = \frac{x}{2}$, $x = 4$, $x = 6$, $y = 0$.

$$V = \pi \int_4^6 \frac{x^2}{4} dx = \pi \frac{x^3}{12} \Big|_4^6 = \pi \left(\frac{6^3}{12} - \frac{4^3}{12} \right) = \frac{38}{3} \pi \text{ ед.}^3$$



Задание 4.

Тело движется со скоростью $V(t) = 2t + 1$ м/сек

Найти путь, пройденный телом за первые 10 сек.

$$S = \int_0^{10} (2t + 1) dt = t^2 + t \Big|_0^{10} = 110(\text{м})$$

Задание 5.

Вычислить работу силы F при сжатии пружины на 0,08м, если для её сжатия на 0,01м требуется сила 10Н.

По закону Гука $F = kx$, где $k = \text{const}$, x – величина растяжения или сжатия.

$$k = \frac{F}{x} = \frac{10\text{Н}}{0,01\text{м}} = 1000. \text{ Следовательно, } F = 1000x.$$

$$\text{Тогда } A = \int_0^{0,08} 1000x dx = 1000 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,08} = 3,2(\text{Дж}).$$

4. Задания:

Вариант 1

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 6x^2, \quad y = 2x^3$$

2. Найти объём тела вращения (вокруг оси Ox).

$$y = \frac{4}{x}, \quad x = 3, \quad x = 12, \quad y = 0.$$

3. Вычислить путь, пройденный телом.

$$V = 3t^2 + 1,$$

$$t_1 = 0, \quad t_2 = 4$$

Вариант 2

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2, \quad y = 2x + 8$$

2. Найти объём тела вращения (вокруг оси Ox).

$$y = 3x, \quad x = 1, \quad x = 3, \quad y = 0.$$

3. Вычислить путь, пройденный телом.

$$V = 2t^2 + t,$$

$$t_1 = 1, \quad t_2 = 3.$$

Вариант 3

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 4 - x^2, \quad y = 0.$$

2. Найти объём тела вращения (вокруг оси Ox).

$$y = -x + 3, \quad x = 0, \quad x = 3, \quad y = 0.$$

3. Вычислить путь, пройденный телом.

$$V = 6t + 4,$$

$$t_1 = 2, \quad t_2 = 3.$$

Вариант 4

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2 - 9, \quad y = 0.$$

2. Найти объём тела вращения (вокруг оси Ox).

$$y = \frac{1}{x}, \quad x = 2, \quad x = 3, \quad y = 0.$$

3. Вычислить путь, пройденный телом.

$$V = t^2 - t + 3,$$

$$t_1 = 0, \quad t_2 = 5.$$

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

1. Какая формула позволяет вычислять определенный интеграл?
2. Назовите практическое применение определенного интеграла.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 8

Решение практических задач по теме «Координаты и векторы»

1. Цель занятия: закрепить основные формулы по теме «Векторы», показать, как применяется данная тема при решении практических и прикладных задач.

2. Печатные издания

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

3. Краткие теоретические сведения:

Даны точки $A(x_1; y_1; z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$

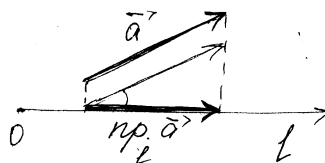
Координаты вектора $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$

Длина вектора $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

Для векторов $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ и $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ скалярное произведение находится по формуле: $(\vec{a}; \vec{b}) = x_1 \cdot x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$

Угол между векторами \vec{a} и \vec{b} находится по формуле:

$$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{(x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2)}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$



Проекция вектора \vec{a} на ось l

$$\text{пр. } \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos(\vec{a}; l)$$

Примеры решения задач:

Задание 1.

Найти угол A в треугольнике с вершинами $A(1;2;-1)$, $B(5;5;11)$ и $C(13;18;20)$

Искомый угол – это угол между векторами $\overrightarrow{AB} = (4;3;12)$ и $\overrightarrow{AC} = (12;16;21)$.

$$\text{По формуле имеем } \cos \angle A = \frac{4 \cdot 12 + 3 \cdot 16 + 12 \cdot 21}{\sqrt{4^2 + 3^2 + 12^2} \cdot \sqrt{12^2 + 16^2 + 21^2}} = \frac{358}{13 \cdot 29} = \frac{12}{13}$$

$$\angle A = \arccos \frac{12}{13} \approx 23^\circ$$

Задание 2.

Проверить, что точки $A(2;1;0)$, $B(0;4;-3)$, $C(-2;3;-5)$ и $D(2;-3;-1)$ являются вершинами трапеции. Найти длины её оснований.

Найдем координаты векторов \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{CD} , и \overrightarrow{AD} , совпадающих со сторонами четырехугольника:

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 3; -3) \quad \overrightarrow{BC} = (-2; -1; -2)$$

$$\overrightarrow{CD} = (4; -6; 6) \quad \overrightarrow{AD} = (0; -4; 1)$$

Координаты векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} пропорциональны $\left(\frac{-2}{4} = \frac{-3}{6} = \frac{-3}{6}\right)$,

следовательно, это векторы коллинеарны, т.е. прямые AB и CD параллельны.

Координаты векторов \overrightarrow{BC} и \overrightarrow{AD} не пропорциональны $\left(\frac{0}{-2} \neq \frac{-1}{4} \neq \frac{1}{-2}\right)$, следовательно векторы \overrightarrow{BC} и \overrightarrow{AD} не коллинеарны, поэтому прямые BC и AD не параллельны. Таким образом, четырехугольник $ABCD$ – трапеция, основаниями которой служат AB и CD . Найдем их длины.

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + (-3)^2} = \sqrt{22}.$$

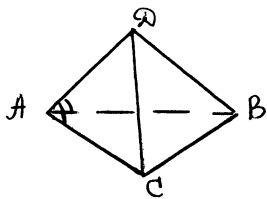
$$|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{4^2 + (-6)^2 + 6^2} = 2\sqrt{22}.$$

Задание 3. Дана треугольная пирамида $ABCD$ и $|AB| = |AC|$,

$\angle DAB = \angle DAC$. Доказать, что $AD \perp BC$.

$AD \perp BC$ если $\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{BC} = 0$.

Найдем скалярное произведение векторов \overrightarrow{AD} и \overrightarrow{BC} :



$$\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \cos$$

$$\angle DAC - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} \cos \angle DAB = 0 \quad (\text{т.к. } |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}| \text{ и } \angle DAC = \angle DAB).$$

Задание 4.

Найти работу силы \vec{F} на перемещение \vec{S} , если $|\vec{F}| = 3$, $|\vec{S}| = 8$, $(\vec{F}; \vec{S}) = 60^\circ$.

Работа вычисляется по формуле $A = \vec{F} \cdot \vec{S}$.

$$A = |\vec{F}| \cdot |\vec{S}| \cdot \cos(\vec{F}; \vec{S}). \text{ Имеем } A = 3 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ = 12 \text{ (ед. работы)}$$

Задание 5.

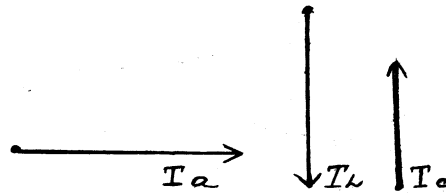
(Из дисциплины «Электротехника», тема «Переменный ток»).

Даны вектора токов:

$$I_a = 20 \text{ A (активный ток)}$$

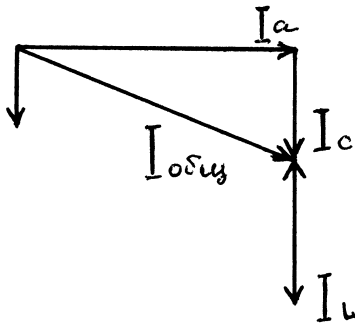
$$I_L = 50 \text{ A (индуктивный ток)}$$

$$I_c = 30 \text{ A (ёмкостный ток)}$$



Найти общий ток

$I_{\text{общ.}}$



4. Задания:

Вариант 1

1. В треугольнике ABC : $A(3;4)$, $B(-2;-1)$, $C(0;5)$. Найти периметр $\triangle ABC$, длину медианы AM , угол A .
2. Вычислить работу, совершаемую силой $F = (1;2;3)$, при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $A(1;0;0)$ в положение $B(10;1;2)$.

Вариант 2

1. В треугольнике ABC : $A(-4;6)$, $B(2;7)$, $C(0;3)$. Найти периметр $\triangle ABC$, длину медианы AM , угол B .
2. Вычислить работу, совершаемую силой $F = (2;3;5)$, при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $A(2;0;1)$ в положение $B(5;7;9)$.

Вариант 3

1. В треугольнике ABC : $A(3;-3)$, $B(7;0)$, $C(-4;5)$. Найти периметр $\triangle ABC$, длину медианы AM , угол A .
2. Вычислить работу, совершаемую силой $F = (2;6;1)$, при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $A(3;6;2)$ в положение $B(2;3;5)$.

Вариант 4

1. В треугольнике ABC : $A(-5;2)$, $B(4;4)$, $C(2;6)$. Найти периметр $\triangle ABC$, длину медианы AM , угол B .
2. Вычислить работу, совершаемую силой $F = (7;0;1)$, при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $A(2;1;1)$ в положение $B(5;8;9)$.

5. Порядок выполнения работы:

- 5.1. Изучить краткие теоретические сведения
- 5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

- 6.1. Тема и цель занятия
- 6.2. Решение заданий
- 6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

1. В каких дисциплинах применяется тема «Векторы»?
2. Запишите формулу нахождения проекции вектора на ось.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 9

Решение задач по теме «Многогранники»

1. **Цель занятия:** закрепить формулы, отработать навык, решения задач по данной теме.

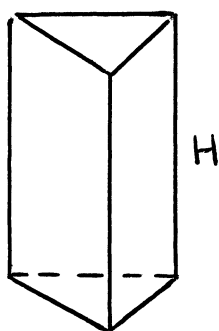
2. **Печатные издания**

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

3. **Краткие теоретические сведения:**

а) Призма.

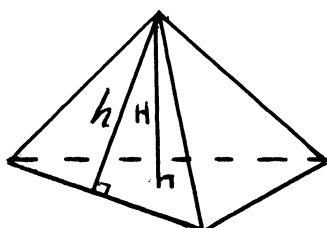


$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_{\text{пол}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

б) Пирамида.



$$S_{\text{пол}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot h \text{ (для правильной)}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot H$$

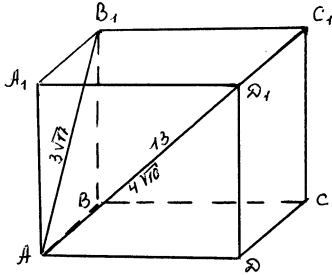
Примеры решения задач:

Задание 1.

Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 13 см, а диагонали его боковых граней равны $4\sqrt{10}$ см и $3\sqrt{17}$ см. Найти объём параллелепипеда.

$$AC_1 = 13 \text{ см}, AD_1 = 4\sqrt{10} \text{ см}, AB_1 = 3\sqrt{17} \text{ см}.$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot AA_1$$



$$\text{Из } \triangle AB_1C_1 : B_1C_1 = \sqrt{13^2 - (3\sqrt{17})^2} = 4 \text{ (см)}$$

$$\text{Из } \triangle AD_1C_1 : D_1C_1 = \sqrt{13^2 - (4\sqrt{10})^2} = 3 \text{ (см)}$$

$$S_{\text{осн}} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$D_1C_1 = A_1B_1 \text{ (противоположные стороны прямоугольника)}$$

$$\text{Из } \triangle AA_1B_1 : AA_1 = \sqrt{(3\sqrt{17})^2 - 3^2} = 12 \text{ (см)}$$

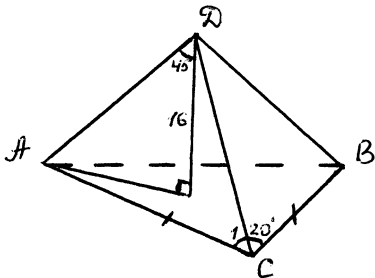
$$V = 12 \cdot 12 = 144 \text{ (см}^3\text{)}.$$

Задание 2.

Основанием пирамиды является равнобедренный треугольник с углом 120° . Боковые ребра образуют с её высотой, равной 16 ед, углы в 45° . Найти площадь основания пирамиды.

$AD = BD = CD$ (из равенства прямоугольных треугольников $\triangle ADO, \triangle BDO, \triangle CDO$).

Значит высота пирамиды проходит через центр окружности, описанной около основания. Из $\triangle ADO : AO = 16$ (т.к. $AO = OD$). Радиус описанной окружности $R = 16$.



Рассмотрим $\triangle ABC : \angle A = \angle B = 30^\circ$. Применяя для $\triangle ABC$

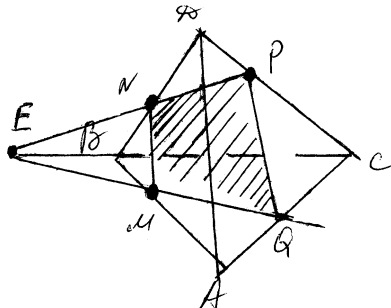
теорему синусов, получим $\frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{BC}{\sin 30^\circ} = \frac{AB}{\sin 120^\circ} = 2R = 32$. От куда

$AC = 16, BC = 16, AB = 16\sqrt{3}$. По формуле $S_{\triangle} = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$ находим:

$$S_{\text{осн}} = \frac{16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot 16} = 64\sqrt{3} \text{ (ед}^2\text{)}.$$

Задание 3.

На ребрах AB, BD и CD тетраэдра $ABCD$ отмечены точки M, N, P . Построить сечение тетраэдра плоскостью M, N, P .



Точка M – общая точка этих плоскостей. Для построения ещё одной общей точки продолжим отрезки NP и BC до их пересечения в точке E . Следовательно, плоскости MNP и ABC пересекаются по прямой ME . Прямая ME пересекает ребро AC в точке Q . Четырёхугольник $NPQM$ – искомое сечение.

4. Задания:

Вариант 1

1. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 3 см и 4 см. Диагональ параллелепипеда составляет с боковым ребром углом 60° . Найти площадь полной поверхности и объём параллелепипеда.
2. сторона основания правильной 4-угольной пирамиды равна 8 см, боковое ребро 5 см. найти площадь полной поверхности и объём.

Вариант 2

1. В основании треугольной призмы прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см. Площадь наибольшей боковой грани равна 120 см^2 . Найти площадь полной поверхности и объём призмы.
2. Высота правильной треугольной пирамиды 4 см, двугранный угол при основании равен 30° . Найти площадь полной поверхности и объём.

Вариант 3

1. В основании прямого параллелепипеда лежит параллелограмм со сторонами 1 см и 4 см и углом 60° между ними. Большая диагональ параллелепипеда равна 5 см. Найти площадь поверхности и объём.
2. В правильной треугольной пирамиде апофема равна 6 см и наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найти площадь поверхности и объём пирамиды.

Вариант 4

1. стороны основания прямого параллелепипеда равны 3 см и 6 см, угол между ними 30° . Большая диагональ параллелепипеда наклонена к

плоскости основания под углом 45° . Найти площадь полной поверхности и объём.

- Боковое ребро в правильной треугольной пирамиде равно 8 см и наклонено к плоскости основания под углом 30° . Найти площадь поверхности и объём.

5. Порядок выполнения работы:

- Изучить краткие теоретические сведения
- Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

- Тема и цель занятия
- Решение заданий
- Ответы на контрольные вопросы

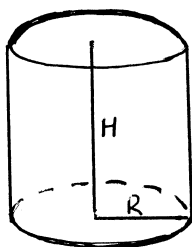
7. Контрольные вопросы:

- Какая фигура называется тетраэдром?
- Запишите формулы для вычисления площади поверхности и объёма куба.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 10

Вычисление площади поверхности и объёма тел вращения

- Цель занятия:** закрепить формулы для вычисления площади поверхности и объёма тел вращения.
- Печатные издания**
 - Башмаков М.И. Математика. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.
 - Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.
- Краткие теоретические сведения:**
 - Цилиндр.

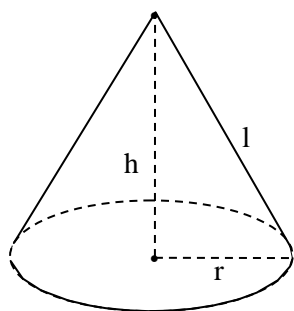


$$S_{\text{бок}} = 2\pi RH, \quad S_{\text{осн}} = \pi R^2.$$

$$S_{\text{пов}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}.$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

2. Конус.

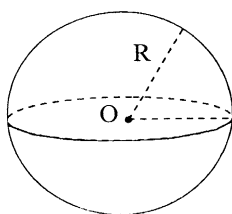


$$S_{\text{бок}} = \pi r l, \quad S_{\text{осн}} = \pi r^2.$$

$$S_{\text{пов}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}.$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$$

3. Шар.



$$S_{\text{пов}} = 4\pi R^2 \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

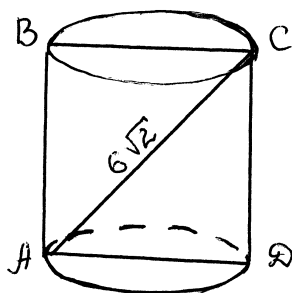
Примеры решения задач:

Задание 1.

Осевое сечение цилиндра-квадрат диагональ, которого равна $6\sqrt{2}$ см. Найдите площадь полной поверхности и объём цилиндра.

$$S_{\text{пов}} = 2\pi R H + 2\pi R^2, \quad V = \pi R^2 H. \quad AD = DC, \quad \angle CAD = 45^\circ. \quad \sin 45^\circ = \frac{CD}{6\sqrt{2}}, \quad CD = 6\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6$$

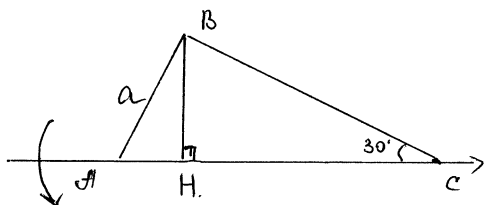
$$H = 6 \text{ см}, \quad R = 3 \text{ см}. \quad S_{\text{пов}} = 2\pi \cdot 3 \cdot 6 + 2\pi \cdot 9 = 54\pi \text{ см}^2, \quad V = 9 \cdot 6\pi = 54\pi \text{ см}^3$$



Задание 2.

Прямоугольный треугольник с катетом a и противолежащим ему углом 30° вращается вокруг гипотенузы. найти площадь поверхности полученной фигуры вращения.

Опустим высоту BH . Прямоугольные треугольники ABH и BHC при вращении образуют конические поверхности.



$$S_{\text{пов}} = \pi \cdot AB \cdot BH + \pi \cdot BH \cdot BC. \quad AC = 2a, BC = a\sqrt{3}, BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$S_{\text{пов}} = \pi \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} + \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2} + \frac{3a^2\pi}{2} \text{ ед}^2.$$

Задание 3.

Сколько кожи пойдет на покрышку футбольного мяча радиусом 10см (на швы добавить 8% от площади поверхности мяча).

$$S_{\text{пов}} = 4\pi R^2$$

$$S_{\text{пов}} = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^2 = 1256(\text{см}^2)$$

$$1256 : 100\% \cdot 8\% = 100,48(\text{см}^2) - \text{швы}$$

$$1256 + 100,48 = 135,48(\text{см}^2)$$

4. Задания:

Вариант 1

1. Найти площадь поверхности конуса, если угол между образующей и плоскостью основания равен 60° , а площадь основания равна $16\pi\text{см}^2$.
2. Осевое сечение цилиндра - квадрат, диагональ которого равна 4дм. Найти объём цилиндра.

Вариант 2

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 10см и образует с высотой цилиндра угол 30° . Найти площадь полной поверхности цилиндра.
2. Площадь основания конуса $9\pi\text{см}^2$, угол между высотой конуса и образующей равен 60° . Найти объём конуса.

Вариант 3

1. Высота конуса равна 2дм, угол при вершине его осевого сечения 120° . Найти площадь полной поверхности конуса.
2. Осевое сечение цилиндра - квадрат, периметр которого равен 32см. Найти объём цилиндра.

Вариант 4

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 8 см и наклонена к плоскости основания под углом 45° . Найти площадь полной поверхности цилиндра.
2. Длина образующей конуса равна $3\sqrt{3}$, а длина окружности основания равна $2\sqrt{2}\pi$. Найти объём конуса.

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

1. Что представляет собой осевое сечение цилиндра, конуса, шара?
2. Результат вращения, каких фигур есть цилиндр, конус, шар?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 11

Решение практических задач по теории вероятностей

1. **Цель занятия:** отработать навык решения задач по данной теме.

2. Печатные издания

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО; 1-е издание. ООО Образовательно-издательский центр «Академия», 2024.

3. Краткие теоретические сведения:

1. Элементы комбинаторики.

Размещения – упорядоченные выборки k элементов из n ($k \leq n$)

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Перестановки – выборки, которые отличаются только порядком расположения элементов.

$$P_n = n! \quad (P_n = A_n^n)$$

Сочетания – неупорядоченные выборки k элементов из n элементов

$$(k \leq n). \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{или} \quad C_n^k = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

Бином Ньютона: $(a+b)^n = C_n^0 a^n b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + C_n^n a^0 b^n$, где

C_n^k – биномиальные коэффициенты.

2. Элементы теории вероятности.

Пусть A – событие, его вероятность, $P(A) = \frac{m}{n}$, где m – число исходов

благоприятствующих событию A , n – число всех исходов.

Если A и B несовместные события, то:

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

Если A и B – произвольные события, то:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B \setminus A) = P(B) \cdot P(A / B)$$

Примеры решения задач:

Задание 1.

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} C_x^y = C_x^{y+2} \\ C_x^2 = 66 \end{cases}$$

$$1) C_x^2 = 66,$$

$$\frac{x \cdot (x-1)}{2!} = 66$$

$$x^2 - x = 132$$

$$x^2 - x - 132 = 0$$

$$x_1 = 12$$

$$x_2 = -11 - \text{посторонний корень}$$

2) используя формулу
($C_n^k = C_n^{n-k}$)

$$C_{12}^{12-y} = C_{12}^{y+2}, \text{ откуда}$$

$$12 - y = y + 2,$$

$$y = 5$$

т.к. $x > 2$.

Ответ: $x = 12, y = 5$

Задание 2.

Решить уравнение $A_{n-2}^3 = 4A_{n-3}^2$

$$\frac{(n-2)!}{(n-5)!} = 4 \cdot \frac{(n-3)!}{(n-5)!} \text{ откуда } n-2 = 4, n = 6.$$

Задание 3.

В урне 12 белых и 8 черных шаров. Вынимают на удачу два шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

$$C_{20}^2 = \frac{20!}{18!2!} = \frac{19 \cdot 20}{2} = 190 - \text{число возможных случаев сочетаний по два.}$$

$$C_8^2 = \frac{8!}{6!2!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28 - \text{число возможных случаев появления двух черных}$$

шаров.

$$P = \frac{28}{190} = \frac{14}{95} = 0,147 - \text{вероятность появления двух черных шаров.}$$

Задание 4.

У продавца имеется 10 красных, 8 синих, 5 зеленых и 15 желтых шаров. Вычислить вероятность того, что купленный шар окажется красным, синим или зеленым.

Пусть событие A – купленный шар красный
событие B – купленный шар синий
событие C – купленный шар зеленый.

$$P(A) = \frac{10}{38}, P(B) = \frac{8}{38}, P(C) = \frac{5}{38}.$$

Так как события A, B, C несовместны, то

$$P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{10}{38} + \frac{8}{38} + \frac{5}{38} = \frac{23}{38} \approx 0,605.$$

Задание 5.

В первой урне находятся 6 черных и 4 белых шара, во второй 5 черных и 7 белых шаров. Из каждой урны извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся белыми?

Пусть событие A – из 1-ой урны извлечен белый шар, событие B – из 2-ой урны извлечен белый шар. Очевидно, события A и B независимы.

$$P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}, P(B) = \frac{7}{12}.$$

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{12} = \frac{14}{60} = \frac{7}{30}.$$

4. Задания:

Вариант 1

1. Вычислить: $A_{10}^4, C_{15}^{13}, A_7^3 + A_6^3 + A_5^3$.
2. Решить уравнение: $C_x^2 = 153$
3. В урне 7 белых и 5 черных шаров. Найти вероятность того, что
а) наудачу вынутый шар окажется черным;
б) два наудачу вынутых шара окажутся черными.
4. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, а в другой 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба окажутся белыми

Вариант 2

1. Вычислить: $A_5^8, C_{12}^9, A_5^2 \cdot A_4^2 \cdot A_3^2$.
2. Решить уравнение: $C_x^2 - 2 = 21$
3. В урне 9 синих и 13 зеленых шаров. Найти вероятность того, что
а) наудачу вынутый шар окажется зеленым;
б) два наудачу вынутых шара окажутся зелеными;
4. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, а в другой 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба окажутся черными.

Вариант 3

1. Вычислить: $A_{12}^5, C_8^3, C_6^4 + C_5^0$.
2. Решить уравнение: $A_{2x}^3 = 14 \cdot A_x^3$
3. В урне 8 красных и 10 синих шаров. Найти вероятность того, что
 - а) наудачу вынутый шар окажется синим;
 - б) два наудачу вынутых шара окажутся синими;
4. В одной урне находятся 5 белых и 4 черных шаров, а в другой 6 белых и 8 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба окажутся белыми.

Вариант 4

1. Вычислить: $A_{10}^3, C_{12}^8, \frac{A_6^5 + A_6^4}{A_6^3}$
2. Решить уравнение: $A_x^3 = 12x$
3. В урне 7 белых и 9 черных шаров. Найти вероятность того, что
 - а) наудачу вынутый шар окажется белым;
 - б) два наудачу вынутых шара окажутся белыми;
4. В одной урне находятся 5 белых и 4 черных шаров, а в другой 6 белых и 8 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба окажутся черными.

5. Порядок выполнения работы:

- 5.1. Изучить краткие теоретические сведения
- 5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

- 6.1. Тема и цель занятия
- 6.2. Решение заданий
- 6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

1. Чему равна вероятность достоверного события?
2. Чему равна вероятность невозможного события?