ПРИЛОЖЕНИЕ 2
к рабочей программе

МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ «РОСТОВСКИЙ-НА-ДОНУ КОЛЛЕДЖ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, ИНФОРМАЦИОННЫХ И ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»
(ГБПОУ РО «РКРИПТ»)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

по дисциплине

ООД.04 МАТЕМАТИКА

для специальности

11.02.17 Разработка электронных устройств и систем

Квалификация выпускника:
техник

Составитель:
Сельцина Н.В.,
преподаватель высш. квалиф. кат.
ГБПОУ РО «РКРИПТ»

2024, г. Ростов-на-Дону

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Лабораторные и практические занятия по учебной дисциплине ООД 04 Математика составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки и направлены на подтверждение теоретических положений и формирование практических умений и практического опыта:

ОК.01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ОК.02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК. 03 Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях.

ОК. 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде.

ОК. 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста.

ОК. 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения.

ОК. 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях.

Профессиональные компетенции:

ПК.1.1 Осуществлять подбор технологий, технического оснащения и оборудования для сборки, монтажа и демонтажа элементов электронных блоков, устройств и систем различного тип

ПК.2.1 Составлять электрические схемы, проводить расчеты и анализ параметров электронных блоков, устройств и систем различного типа с применением специализированного программного обеспечения в соответствии с техническим заданием.

Лабораторные и практические занятия относятся к основным видам учебных занятий.

Выполнение студентами лабораторных и практических работ направлено:

– на обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин;

– формирование умений применять полученные знания на практике;

– реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;

– развитие интеллектуальных умений (аналитических, проектировочных, конструкторских и др.) у будущих специалистов;

– выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Ведущей дидактической целью лабораторных занятий является экспериментальное подтверждение и проверка существенных теоретических положений (законов, зависимостей).

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование практических умений – профессиональных (выполнять определенные действия, операции, необходимые в последующем в профессиональной деятельности) или учебных (решать задачи по математике, физике, химии, информатике и др.), необходимых в последующей учебной деятельности.

Содержанием лабораторных работ по дисциплине /профессиональному модулю являются экспериментальная проверка формул, методик расчета, установление и подтверждение закономерностей, ознакомление с методиками проведения экспериментов, установление свойств веществ, их качественных и количественных характеристик, наблюдение развития явлений, процессов и др. В ходе выполнения заданий у студентов формируются практические умения и навыки обращения с различными приборами, установками, лабораторным оборудованием, аппаратурой, которые могут составлять часть профессиональной практической подготовки, а также исследовательские умения (наблюдать, сравнивать, анализировать, устанавливать зависимости, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследование, оформлять результаты).

Содержанием практических занятий по дисциплине /профессиональному модулю являются решение разного рода задач, в том числе профессиональных (анализ производственных ситуаций, решение ситуационных производственных задач, выполнение профессиональных функций в деловых играх и т.п.), выполнение вычислений, расчетов, чертежей, работа с измерительными приборами, оборудованием, аппаратурой, работа с нормативными документами, инструктивными материалами, справочниками, составление проектной, плановой и другой технической и специальной документации и другое.

Содержание практических, лабораторных занятий охватывают весь круг профессиональных умений, на подготовку к которым ориентирована данная дисциплина/профессиональный модуль, которые в дальнейшем закрепляются и совершенствуются в процессе курсового проектирования, практикой по профилю специальности и преддипломной практикой.

Лабораторные занятия проводятся в специально оборудованных учебных лабораториях. Практическое занятие должно проводиться в учебных кабинетах или специально оборудованных помещениях (площадках). Продолжительность занятия – не менее 2-х академических часов. Необходимыми структурными элементами занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также организация обсуждения итогов выполнения работы.

Все студенты, связанные с работой в лаборатории, обязаны пройти инструктаж по безопасному выполнению работ, о чем расписываются в журнале инструктажа по технике безопасности.

Выполнению лабораторных и практических работ предшествует проверка знаний студентов, их теоретической готовности к выполнению задания.

Лабораторные и практические работы студенты выполняют под руководством преподавателя. При проведении лабораторных и практических занятий учебная группа может делиться на подгруппы численностью не менее 8 человек. Объем заданий для лабораторных и практических занятий спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть выполнены качественно большинством студентов.

Формы организации работы обучающихся на лабораторных работах и практических занятиях: фронтальная, групповая и индивидуальная.

При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу. При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется бригадами по 2 - 5 человек. При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.

Отчет по практической и лабораторной работе представляется в печатном виде в формате, предусмотренном шаблоном отчета по практической, лабораторной работе. Защита отчета проходит в форме доклада обучающегося по выполненной работе и ответов на вопросы преподавателя.

Оценки за выполнение лабораторных работ и практических занятий могут выставляться по пятибалльной системе или в форме зачета и учитываться как показатели текущей успеваемости студентов.

Критерии оценки лабораторных, практических работ.

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5», но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1

Построение графиков тригонометрической функции

1. Цель занятия: научиться строить графики тригонометрических функций, читать свойства тригонометрических функций по их графикам, выполнять преобразования графиков.

2. Перечень справочной литературы:

2.1. Конспект

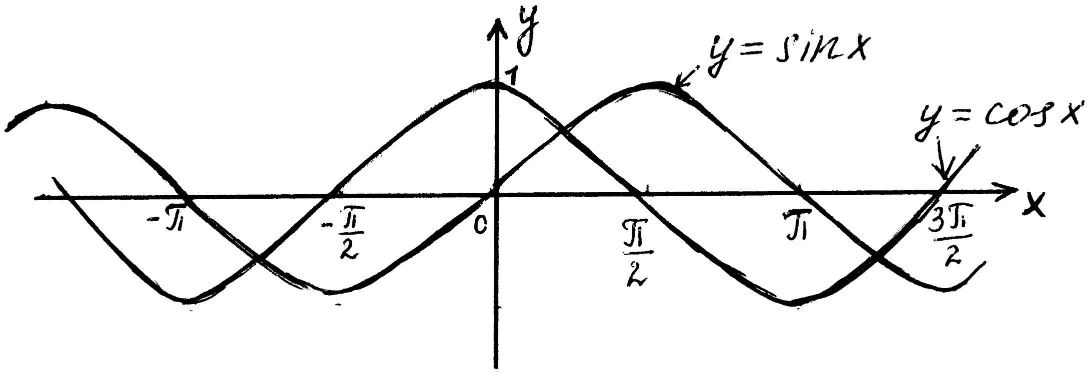
2.2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО. - М.: Академия, 2022.

2.3. Башмакова М.И. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО. – М.: Академия, 2022.

3. Краткие теоретические сведения:

y = Sin x (график - синусоида)

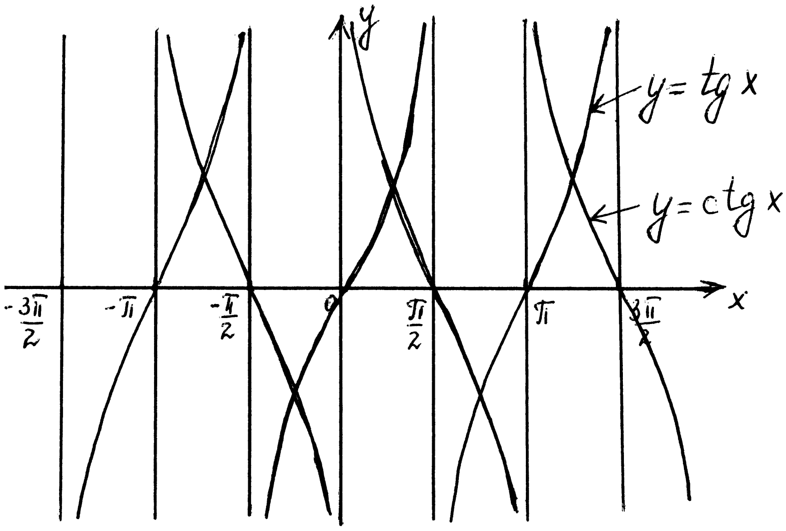
y = Cos x (график - косинусоида)



Так выглядит осциллограмма тока (зависимость мгновенных значений тока от времени).

y = tg x

y = Ctg x



Преобразование графиков.

Графики следующих функций получаются из графика функции

y = Sin x (k ∈ n):

y = k Sin x - растяжением вдоль оси Oy в *k* раз.

$y = \frac{1}{k} Sinx$ - сжатием вдоль оси Оу в *k* раз.

$y = Sinkx$ - сжатием вдоль оси Ох в *k* раз.

$y = Sin\frac{x}{k}$ - растяжением вдоль оси Ох в *k* раз.

$y = Sin(x+k)$ - сдвигом вдоль оси Ох на *k* единиц влево.

$y = Sin(x-k)$ - сдвигом вдоль оси Ох на *k* единиц вправо.

$y = Sinx + k$ - сдвигом вдоль оси Оу на *k* единиц вверх.

$y = Sinx - k$ - сдвигом вдоль оси Оу на *k* единиц вниз.

Аналогичны преобразования для графиков функций *y = Cos x*, *y = tg x*, *y = Ctg x*.

Примеры решения задач:

Задание 1.

Построить график функции *y = 3 Sinx*, используя график, указать:

а) наибольшее и наименьшее значение функции;

б) интервалы возрастания и убывания функции;

в) нули функции.

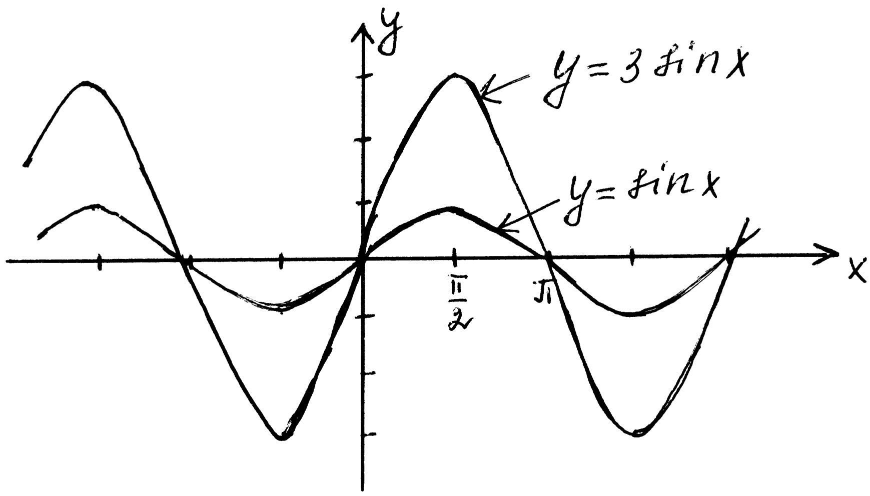


График *y = 3 Sinx* получается из графика функции *y = Sinx* путем растяжения его вдоль оси Оу в 3 раза.

а) $y_{max} = 3$ при $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

$y_{min} = -3$ при $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

б) функция возрастает на $(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n), n \in Z$,

убывает на $(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n), n \in Z$

в) y = 0 при $x = \pi n, n \in Z$

Задание 2.

Построить график функции *y = Cos x – 2* и указать:
а) область определения и множество значений функции;
б) период функции;
в) ось симметрии.

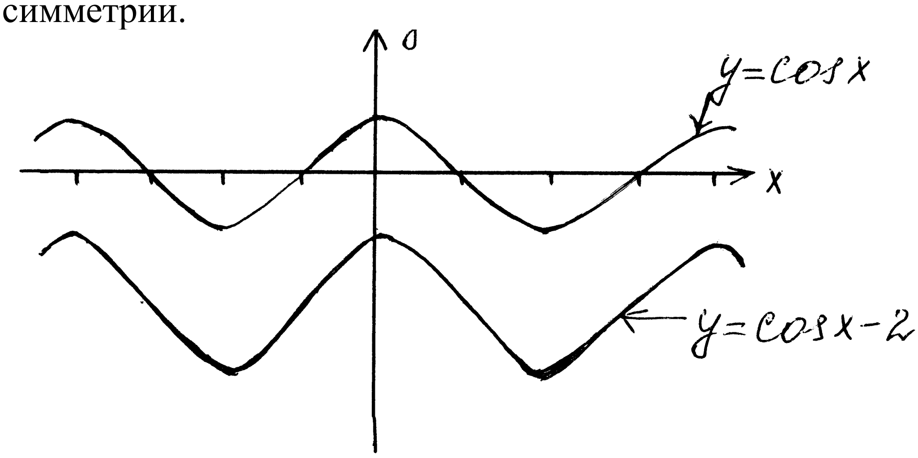


График функции *y = Cos x – 2* получается из графика функции *y = Cos x* сдвигом его на 2 единицы вниз вдоль оси Oy.

а) область определения функции: D(y): $x \in R$

Множество значений функции: E(y): $y \in [-1;-3]$

б) период функции $T = 2\pi$

в) график функции *y = Cos x – 2* симметричен относительно оси Oy.

4. Задания:

4.1. Построить графики данных функций. Используя построенные графики указать:

1) Область определения и множество значений функции;
2) Наибольшее и наименьшее значение функций;
3) Интервалы возрастания и убывания;
4) Ось симметрии;
5) Нули функции

Вариант 1

1) *y = Cos x* и *y = - Cos x*

2) *y = Sin x* и $y = Sin\frac{x}{3}$

Вариант 2

1) *y = Sin x* и $y = Sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

2)) *y = Cos x* и *y = 3 + Cos x*

Вариант 3

1) *y = Sin x* и *y = - 2Sin x*

2) *y = Cos x* и *y = Cos2 x*

Вариант 4

1) *y = Cos x* и $y = Cos\frac{x}{2}$

2) *y = Sin x* и *y = 2 + Sin x*

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

7.1. Что такое период функции? Какие вы знаете периодические функции?

7.2. Где находят практическое применение графики тригонометрических функций (приведите примеры)?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2

Решение уравнений и неравенств графическим способом

1. Цель занятия: продолжить формирование умений и навыков в решении уравнений и неравенств графическим способом.

2. Перечень справочной литературы:

2.1. Конспект

2.2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО. - М.: Академия, 2022.

2.3. Башмакова М.И. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО. – М.: Академия, 2022.

3. Краткие теоретические сведения:

Чтобы графически решить уравнение $f(x)=g(x)$, надо:

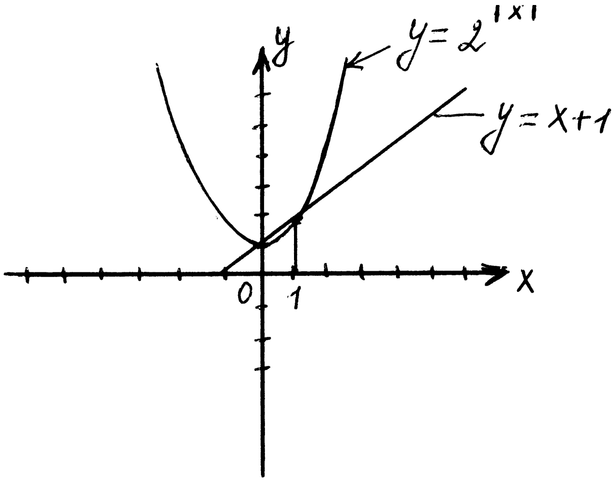
1. построить график функции $y=f(x)$;
2. построить график функции $y=g(x)$;
3. абсциссы точек пересечения этих графиков являются корнями данного уравнения.

Примеры решения задач:

Задание 1.

Решить графически уравнение $2^{|x|}=x+1$.

Построим графики функции $y=2^{|x|}$ и $y=x+1$.



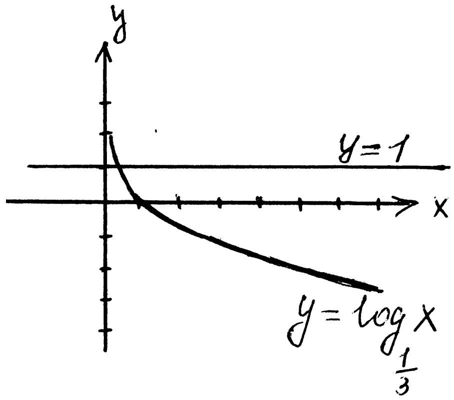
Из точек пересечения этих графиков опустим перпендикуляры на ось Ox. $x_1=0, x_2=1$.

Ответ: $x_1=0, x_2=1$

Задание 2.

С помощью графика проиллюстрируйте решение неравенства $\log_{\frac{1}{3}} x \geq 1$.

Построим графики функций $\mathrm{y}=\log_{\frac{1}{3}} x$ и $y=1$



$\left(\frac{1}{3};1\right)$- точка пересечения этих графиков. Из рисунка видно, что при

$0<\ x\leq\frac{1}{3}$ график логарифмической функции $\mathrm{y}=\log_{\frac{1}{3}} x$ лежит выше графика линейной функции $y=1$.

Ответ: $0<\ x\leq\frac{1}{3}$

Задание 3.

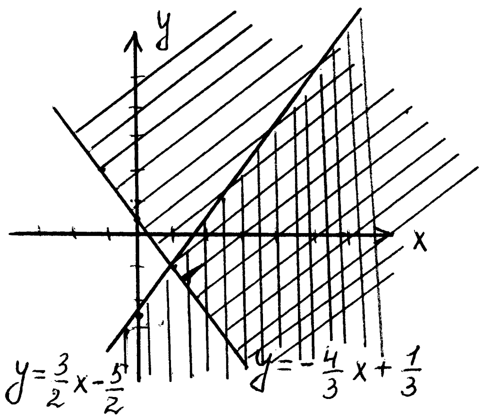
Изобразить на координатной плоскости xOy множество решений системы.

$$\begin{cases}2y-3x+5<0,\\3y+4x-1>0.\end{cases}$$

Выразим y из каждого неравенства:

$$\begin{cases} y < \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} \\ y > -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3} \end{cases}$$

Построим прямые $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$ и $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$



Первому неравенству будут удовлетворять координаты всех точек полуплоскости, лежащих ниже прямой $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$; второму неравенству будут удовлетворять координаты всех точек плоскости, лежащих выше прямой $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$.

Искомое множество решений системы покрыто двойной штриховкой.

4. Задания:

4.1. Решить графические уравнения

Вариант 1

1) $2^x = x^2$

2) $\log_2(x-2) = 2$

Вариант 2

1) $2^x = 4x$

2) $\log_{\frac{1}{2}} x = x + 2$

Вариант 3

1) $2^x = x^3$

2) $\log_3 x = -x$

Вариант 4

1) $2^x = 5 - 3x$

2) $\log_2(x+1) = 1$

4.2. С помощью графика проиллюстрируйте решение неравенств.

Вариант 1

$\log_3 x < 2$

Вариант 2

$\log_3 x \ge 2$

Вариант 3

$\log_{\frac{1}{3}} x < -1$

Вариант 4 $\log_{\frac{1}{2}} x \le 2$

4.3. Изобразить на координатной плоскости множество решений системы.

Вариант 1

$$\begin{cases} x \ge 0, \\ x + y - 2 \ge 0, \\ x - y + 1 \le 0, \\ x \le 2. \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 2x - y + 2 \ge 0, \\ x - y \ge -2, \\ x \le 1, \\ 2x - y - 3 \ge 0. \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} x - 1 \ge 0, \\ y - 1 \ge 0, \\ x + y - 3 \ge 0, \\ -6x - 7y + 42 \ge 0. \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} 2x + y - 2 > 0 \\ x - 2y + 2 < 0 \end{cases}$$

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

7.1. При каком решении уравнений (аналитическом или графическом) получаются более точные корни?

Практическое занятие №3

Тема: Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера и методом Гаусса.

Цель занятия: получить практические навыки вычисления определителей 2-го и 3-го порядка и составления алгоритма решения систем линейных уравнений по формулам Крамера. и методом Гаусса.

1.Краткие теоретические сведения.

Определитель 2-го порядка:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \text{ad-bc}$$

Определитель 3-го порядка (правило треугольника):

$$+\begin{vmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{vmatrix} \qquad - \begin{vmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{vmatrix}$$

Для системы $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \qquad \Delta = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} \qquad \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

Тогда $x = \frac{\Delta x}{\Delta}$; $y = \frac{\Delta y}{\Delta}$ -формулы Крамера.

Аналогично для системы трёх уравнений с тремя неизвестными.

<u>Метод Гаусса</u> (применим для системы 3х и более уравнений)

Суть метода: привести систему (матрицу соответствующую данной системе) к «треугольному» виду.

Действия, допустимые при решении системы:

Перестановка любых 2х строк местами;

Умножение любой строки на число, не равное 0;

Прибавление к одной строке другой, умноженной на какое-либо число.

2. Методика решения типовых задач

2.1.*Вычислить определители.*

а) $\begin{vmatrix} 5 & -7 \\ 3 & 9 \end{vmatrix}$=45-(-21)=66

б) $\begin{vmatrix} \cos 45^0 & \sin 30^0 \\ tg 45^0 & \cos 90^0 \end{vmatrix}$=cos45^0*cos90^0-tg45^0*sin30$^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ *0-1*$\frac{1}{2}$ = -$\frac{1}{2}$

в) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix}$=45+18+8-(15+12+16)=8

2.2 *Решить системы уравнений методом Крамера* а) $\begin{cases} -x+2y=-5 \\ -7x+3y=-13 \end{cases}$

$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -7 & 3 \end{vmatrix}$ = -3+14=11

$\Delta x = \begin{vmatrix} -5 & 2 \\ -13 & 3 \end{vmatrix}$=-15+26=11

$\Delta y = \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ -7 & -13 \end{vmatrix}$=13-35=-22

$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$, $x = \frac{11}{11}$=1

$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$, $y = \frac{-22}{11} = -2$

Ответ: (1; -2)

б) $\begin{cases} 3x+2y+z=3 \\ 5x-2y-2z=3 \\ x+y-z=-2 \end{cases}$

$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ = -25

Δx=$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$=25

Δy=$\begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix}$ = -25

Δz=$\begin{vmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 2 & -2 & -2 \end{vmatrix}$=50

$x = \frac{25}{25}$ =1

y=$\frac{-25}{25} = -1$

z=$\frac{50}{25}$ =2

Ответ: (1; -1; 2)

2.3 *Решить систему методом Гаусса.*

$$\begin{cases} 2x+y-z=4 \\ x+2y+z=5 \\ 5x-y+3z=12 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 5 \\ 5 & -1 & 3 & 12 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 4 \\ 5 & -1 & 3 & 12 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & -3 & -3 & 2 \\ 0 & -11 & -2 & -13 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -11 & -2 & -13 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 9 & 9 \end{array}\right)$$

Обратный ход метода Гаусса:

1) $9z=9$
   $z=1$

2) $y+z=2$
   $y+1=2$
   $y=1$

3) $x+2y+z=5$
   $x+2+1=5$
   $x=2$

Ответ: (2; 1; 1).

3. Порядок выполнения практической работы.

3.1 Изучить краткие теоретические сведения.
3.2 Решить задания своего варианта (Приложение).
3.3 Ответить на контрольные вопросы.

4. Содержание отчёта

4.1 Тема и цель занятия.
4.2 Решение заданий.
4.3 Ответы на контрольные вопросы.

5. Контрольные вопросы

5.1 Назовите методы решения систем линейных уравнений.
5.2 В каких случаях применим и удобен метод Гаусса?

6.Список справочной литературы

6.1. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика. Учебник. - М: Дрофа, 2019-395с.
6.2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. Учебное пособие. – М: Дрофа, 2019-204с.
6.3. Конспект лекций.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1 вариант **2 вариант**

1.Вычислить определители.

а) $\begin{vmatrix} 2^5 & tg^2 60^\circ \\ \sqrt[3]{125} & \sin 30^\circ \end{vmatrix}$ а) $\begin{vmatrix} 4 & \sqrt[3]{216} \\ 10\cos 60^\circ & tg\, 45^\circ \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -8 \\ 2 & -3 & 0 \\ 4 & 9 & -3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 7 \\ 0 & 4 & -9 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

2.Решить системы методом Крамера

а) $\begin{cases} 5x-2y-6=0 \\ 7x-5y-4=0 \end{cases}$ а) $\begin{cases} 4x+y-17=0 \\ 3x-5y-7=0 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x+4y+2z=5 \\ 5x-6y-4z=-3 \\ -4x+5y+3z=1 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x-2y+3z=3 \\ 3x+y-6z=-7 \\ 9x-2y-z=3 \end{cases}$

3. Решить системы методом Гаусса.

а) $\begin{cases} x-2y+3z=3 \\ 5x+y-7z=0 \\ 2x+3y-z=4 \end{cases}$ а) $\begin{cases} 2x+3y+4z=15 \\ x+y+5z=16 \\ 3x-2y-z=1 \end{cases}$

3 вариант **4 вариант**

1.Вычислить определители.

а) $\begin{vmatrix} \log_3 27 & 2^3 \\ 12 & 11 \end{vmatrix}$ а) $\begin{vmatrix} tg\, 0 & \cos 60^\circ \\ \sqrt{81} & 135 \end{vmatrix}$

б) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 5 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 8 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

2.Ршить системы методом Крамера.

а) $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ 4x+y=14 \end{cases}$

а) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 5x+3y=13 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x-4y+3z=1 \\ x-2y+4z=3 \\ 3x-y+5z=2 \end{cases}$

б) $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ 2x-3y+2z=2 \\ 3x+y+z=8 \end{cases}$

3. Решить системы методом Гаусса.

а) $\begin{cases} 2x-y+z=2 \\ 3x+2y+2z=-2 \\ x-2y+z=1 \end{cases}$

а) $\begin{cases} x+2y+3z=5 \\ 2x-y-z=1 \\ x+3y+4z=6 \end{cases}$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4

Исследование функций с помощью производной и построения графиков

1. Цель занятия: научиться находить интервалы монотонности и точки экстремума функции, находить интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба. Научиться исследовать функции с помощью производной и строить графики.

2. Перечень справочной литературы:

2.1. Конспект

2.2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО. - М.: Академия, 2022.

2.3. Башмакова М.И. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО. – М.: Академия, 2022.

3. Краткие теоретические сведения:

Если производная функции $f'(x)$ положительна на интервале *(а; в)*, то функция $y=f(x)$ возрастает на этом интервале; если производная функции $f'(x)$ отрицательна на интервале *(а; в)*, то функция $y=f(x)$ убывает на этом интервале. Точка $(x_0; y_0)$ является точкой максимума, если производная функции $f'(x)$ проходя через эту точку меняет свой знак с «+» на «-»; точка

$(x_0;y_0)$ является точкой минимума, если производная $f'(x)$ проходя через эту точку меняет свой знак с «-» на «+».

Функция выпукла на интервале $(a;в)$, если вторая производная функции $f''(x)$ отрицательна на этом интервале; функция вогнута на интервале $(a;в)$, если $f''(x)$ положительна на этом интервале. Общая схема исследования функции:

1. Указать область определения и множество значений функции;
2. Исследовать функцию на четность и нечетность.
3. Указать период функции (если есть);
4. Найти точки пересечения с осями координат;
5. Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции;
6. Указать интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба;
7. Построить график.

Примеры решения задач:

Задание 1.

Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции $y = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x - 2$.

$y' = 3x^2 - 9x + 6$

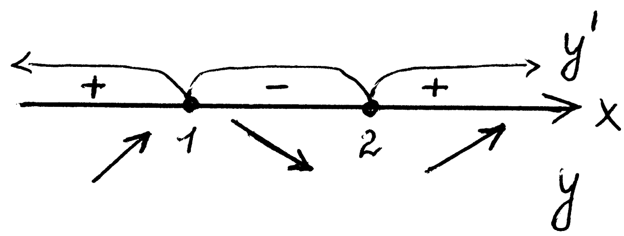
$y' = 0 \qquad 3x^2 - 9x + 6 = 0$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$x_1 - 3x + 2 = 0$

$x_1 = 2, x_2 = 1$

$(x-2)(x-1) = 0$



$(-\infty;1) \cup (2;+\infty)$ - интервалы возрастания функции.

$(1;2)$ - интервал убывания функции

$y(1) = \frac{1}{2}, \left(1;\frac{1}{2}\right)$ - точка максимума

$y(2) = 0, (2;0)$ - точка минимума

Задание 2.

Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции $y = x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 31x - 37$

$y' = 4x^3 - 30x^2 + 72x - 31$

$y'' = 12x^2 - 60x + 72$

$y'' = 0 \qquad 12x^2 - 60x + 72 = 0$

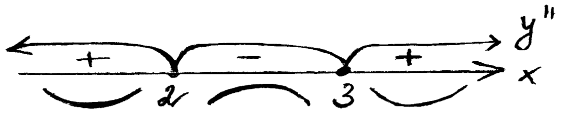
$x^2 - 5x + 6 = 0$

$x_1 = 2, x_2 = 3$

$(x-2)(x-3) = 0$

$y(2) = -19, y(3) = 5$

вогнутости



$(2;19)$ и $(3;5)$ - точки перегиба функции

$(-\infty;2) \cup (3;+\infty)$ - интервалы вогнутости

$(2;3)$ - интервал выпуклости

<u>Задание 3.</u>

Исследовать и построить график функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

1. $D(y): x \in R; E(y): y \in R$
2. Данная функция не является ни четной, ни нечетной (т.е. функция общего вида).
3. Периода нет.
4. При $x = 0, y = -3$

$(0;-3)$ - точка пересечения графика с осью Оу.

Точки пересечения графика с осью Ох в данном случае найти затруднительно.

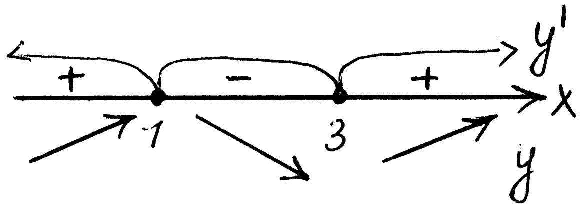
5. $y' = 3x^2 - 12x + 9$

$y' = 0 \qquad 3x^2 - 12x + 9 = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$x_1 = 1, x_2 = 3$

$(x-1)(x-3) = 0$



$(-\infty;1) \cup (3;+\infty)$ - интервалы возрастания

$(1;3)$ - интервал убывания

$y(1) = 1, y(3) = -3$

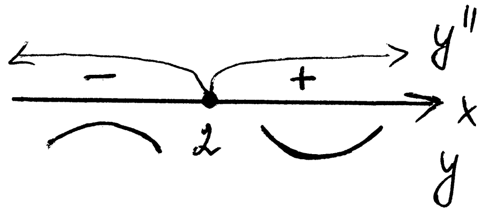
$(1;1)$ - точка максимума

$(3;-3)$ - точка минимума

6. $y'' = 6x - 12$

$y'' = 0 \qquad 6x - 12 = 0$

$x = 2$

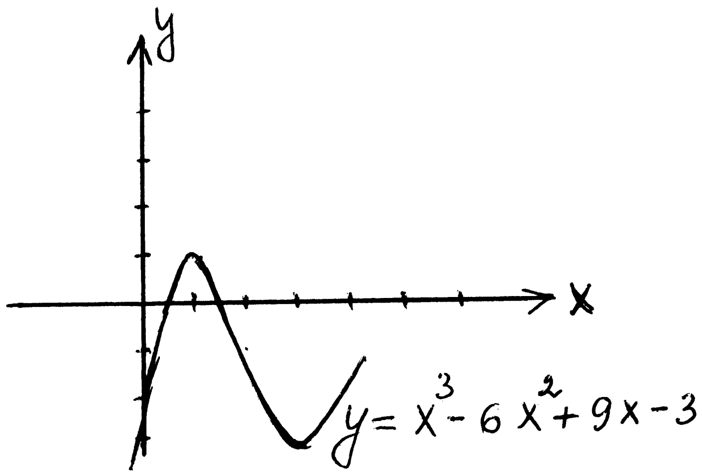


$(-\infty;2)$ - интервал выпуклости

$(2;+\infty)$ - интервал вогнутости

$y(2) = -1, (2;-1)$ - точка перегиба

7.



4. Задания:

4.1. Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции.

Вариант 1

$y = x^3 - 12x^2 + 36x - 10$

Вариант 2

$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 4$

Вариант 3

$y = x^3 + 2x^2 - 4x + 3$

Вариант 4

$y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x - 4$

4.2. Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции.

Вариант 1

$y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 4$

Вариант 2

$y = x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 100$

Вариант 3

$y = 6x^2 - x^3$

Вариант 4

$y = 2x^3 + 1$

4.3. Исследовать и построить график функции

Вариант 1

$y = \frac{1}{3}x^3 - x$

Вариант 2

$y = \frac{1}{4}x^4 - 8x$

Вариант 3

$y = \frac{1}{3}x^3 - 4x$

Вариант 4

$y = x^3 - 3x$

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

7.1. Какие точки называются точками перегиба?

7.2. Всегда ли функция имеет точки экстремума? Какие известные вам функции не имеют точек экстремума?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5

Нахождение производной. Применение её для решения практических задач.

1.Цель занятия: показать практическое применение производной, использование её при решении задач из области физики, электротехники, а также прикладных задач.

2. Перечень справочной литературы:

2.1. Конспект

2.2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО. - М.: Академия, 2022.

2.3. Башмакова М.И. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО. – М.: Академия, 2022.

3. Краткие теоретические сведения:

При прямолинейном движении тела скорость в данный момент есть производная от пути по времени: $V = S_t'$.

Ускорение в данный момент есть производная от скорости по времени: $a = V_t'$ или $a = S_t''$. Вообще, скорость изменения функции есть производная этой функции по времени.

Примеры решения задач:

Задание 1.

Точка движется прямолинейно по закону $S = 2t^3 + t^2 - 4$. Найти значения скорости и ускорения в момент времени $t = 4$.

$$V = S_t' = 6t^2 + 2t; V(4) = 6 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 = 104\left(\text{м}/_{сек}\right)$$

$$a = V_t' = 12t + 2; a(4) = 12 \cdot 4 + 2 = 50\left(\text{м}/_{\text{сек}^2}\right)$$

Задание 2.

Тело массой 10 кг движется прямолинейно по закону $S = 3t^2 + t + 4$. Найти кинетическую энергию тела $\left(E = \dfrac{mV^2}{2}\right)$ через 4 сек после начала движения.

Найдем скорость движения в момент времени t:

$$V = S_t' = 6t + 1; V(4) = 6 \cdot 4 + 1 = 25\left(\text{м}/_{сек}\right)$$

Кинетическая энергия в момент времени $t=4$:

$$E = \frac{mV^2}{2} = \frac{10 \cdot 25^2}{2} = 3125(\text{Дж})$$

Задание 3.

Сила тока изменяется в зависимости от времени t по закону $I = 0{,}4t^2$ (I – в амперах, t – в секундах). Найти скорость изменения силы тока в конце 8-ой секунды.

Скорость изменения силы тока есть производная силы тока по времени: $I_t' = 0{,}8t$.

$$I_t'(8) = 0{,}8 \cdot 8 = 6{,}4\left(A/_{\text{сек}}\right)$$

Задание 4.

Закон прямолинейного движения тела задан уравнением $S = -t^3 + 9t^2 - 24t - 8$. Найти максимальную скорость движения тела.

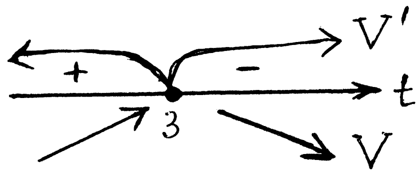
$$V = S_t' = -3t^2 + 18t - 24$$

Исследуем эту функцию на максимум и минимум

$$V_t' = -6t + 18$$

$$V_t' = 0 \qquad -6t + 18 = 0$$

$$t = 3$$



При $t=3$ скорость является наибольшей.

$V(3)=-3\cdot 9+18\cdot 3-24=3(м/сек)$

Задание 5.

Из всех прямоугольников данного периметра найти тот, у которого площадь наибольшая.

Пусть периметр равен P, x-длина одной из сторон, тогда $\frac{P-2x}{2}$- длина другой стороны

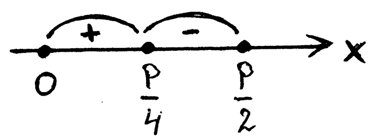
$S=x\cdot\left(\frac{P}{2}-x\right)=\frac{P}{2}x-x^2 \qquad 0<x<\frac{P}{2}$

Исследуем эту функцию на максимум и минимум

$S'_x=\frac{P}{2}-2x$

$S'_x=0 \qquad \frac{P}{2}-2x=0$

$x=\frac{P}{4}$



При $x=\frac{P}{4}$ функция имеет максимальное значение.

Таким образом, из всех прямоугольников данного периметра наибольшую площадь имеет квадрат.

4. Задания:

Вариант 1

1. Температура тела T изменяется от времени t по закону $T=0{,}5t^2-2t$. С какой скоростью нагревается это тело в момент времени $t=5$?
2. Закон прямолинейного движения тела имеет вид $S=-t^3+3t^2+9t+3$. Найти максимальную скорость движения тела.
3. Сумма двух положительных чисел равна 10. Какие это числа, если сумма их квадратов является наименьшей?

Вариант 2

1. Тело массой 100 кг движется прямолинейно по закону $S = 5t^2 - 2$. Найти кинетическую энергию тела через 2 сек после начала движения.
2. Дан закон прямолинейного движения тела $S = -\frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t + 1$. Найти максимальную скорость движения тела.
3. Найти число, которое в сумме со своим квадратом дает этой сумме наименьшее значение.

Вариант 3

1. Изменение силы тока I в зависимости от времени t дано уравнением $I = 2t^2 - 5t$ (I -в амперах, t- в секундах). Найти скорость изменения тока в конце 10-й секунды.
2. Дан закон прямолинейного движения тела $S = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + 5t + 3$. Найти максимальную скорость движения.
3. Произведение двух положительных чисел равно a. Чему равны эти числа, если их сумма является наименьшей?

Вариант 4

1. Тело движется по закону $S = t^3 + 5t^2 + 4$. Найти значение скорости и ускорения в момент времени $t = 2$.
2. Материальная точка совершает прямолинейное движение по закону $S = 5t + 2t^2 - \frac{2}{3}t^3$. Найти максимальную скорость движения.
3. Требуется огородить проволочной сеткой длиной 20 м. прямоугольный участок, прилегающий к стенке. Найти размеры участка, при которых его площадь будет наибольшей.

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

7.1. Сформулируйте, в чем состоит физический смысл первой и второй производной?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6

Вычисление дифференциала, его практическое применение

1. Цель занятия: отработать навыки нахождения дифференциала функций. Научиться применять дифференциал в приближенных вычислениях.

2. Перечень справочной литературы:

2.1. Конспект

2.2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО. - М.: Академия, 2022.

2.3. Башмакова М.И. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО. – М.: Академия, 2022.

2.4. Е.В. Алексеева Методическое пособие по теме: «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

3. Краткие теоретические сведения:

Определения. Главная часть приращения функции называется дифференциалом функции и обозначается dy, т.е. $dy = y^1.\Delta \mathrm{x}$

Дифференциал независимой переменной dx равен её приращению Δx, т.е. $dx = \Delta x.$

Таким образом, $dy = y^1.\mathrm{dx}.$

Дифференциал функции используют для приближенных вычислений.

Установлено, что приращение функций приближенно равно дифференциалу функции, т.е.

$\Delta y \approx dy.$

$\mathrm{y}\left(\mathrm{x} + \Delta \mathrm{x}\right) - y(x) \approx dy.$

$y(x + \Delta x) \approx y(x) + dy$

$y(x + \Delta x) \approx y(x) + y^1 \Delta x.$

данная формула позволяет приближенно вычислять с помощью дифференциала.

Примеры решения задач:

<u>Задание 1.</u>

Для функции $y = 2x^2 - 3x + 3$ вычислить приращение и дифференциал при переходе аргумента x от значения $x_1 = 1$ к значению $x_2 = 1{,}001.$

$\Delta x = x_2 - x_1, \ \Delta x = 1{,}001 - 1 = 0{,}001$

$dx = 0{,}001$

$\Delta y = y(x + \Delta x) - y(x) = y(1{,}001) - y(1) = 2 \cdot (1{,}001)^2 - 3 \cdot 1{,}001 + 3 - 2 + 3 - 3 = 2{,}004002 - 3{,}003$
$+1 = 0{,}001002.$

Вычислим, dy:

$dy = y^1 \cdot dx, \ \ y^1 = 4x - 3, \ \ y^1(1) = 4 - 3 = 1.$

$dy = 1 \cdot 0{,}001 = 0{,}001$.

Задание 2.

Пользуясь понятием дифференциала функции, вычислить приближенно изменение функции $y = x^3 - 7x^2 + 80$ при изменении аргумента x от 5 до 5,01.

$\Delta y \approx dy = y^1 \Delta x = \left(3x^2 - 14x\right)\Delta x.$

При $x = 5,\ \ \Delta x = 5{,}01 - 5 = 0{,}01$ получим $\Delta y = \left(3 \cdot 5^2 - 14 \cdot 5\right) \cdot 0{,}01 = 0{,}05.$

Задание 3.

На сколько увеличится объем шара при нагревании, если его радиус $R = 5$см удлинится на $\Delta R = 0{,}002$см?

$V = \frac{4}{3}\pi R^3.$

$\Delta V \approx dv = V^1 \cdot \Delta R = 4\pi R^2 \cdot \Delta R.$

При $R = 5,\ \ \Delta R = 0{,}002$ получим $\Delta V \approx 4 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 0{,}002 = 0{,}2\pi\left(\text{см}^3\right)$

При $\pi = 3{,}14\quad \Delta V = 0{,}628\left(\text{см}^3\right).$

4. Задания:

Вариант 1

1. Найти приращение и дифференциал функции $y = x^2$ в точке $x = 2$ при $\Delta x = 0{,}1$.
2. Найти приближенно значение функции (используя дифференциал) $y = 3x^2 + 2x - 1$ при $x = 2{,}03$.
3. Сторона квадрата 5см. Найти приближенное приращение площади его при увеличении его стороны на 0,001см.

Вариант 2

1. Найти приращение и дифференциал функции $y = \frac{1}{2}x^2$ в точке $x = 3$ при $\Delta x = 0{,}01$.
2. Найти приближенно значение функции (используя дифференциал) $y = x^3 + x^2 - 2x$ при $x = 2{,}01$.
3. Найти приближенное приращение площади круга, если радиус его изменяется с 50см на 50,1см.

Вариант 3

1. Найти приращение и дифференциал функции $y = x^3 - 5x^2 + 80$ в точке $x = 4$ при $\Delta x = 4{,}001$.
2. Найти приближенно значение функции (используя дифференциал) $y = x^2 + x$ при $x = 3{,}01$.
3. Сторона куба, равная 1м, удлинилась на 10см. На сколько при этом увеличился объем куба?

Вариант 4

1. Найти приращение и дифференциал функции $y = 5x^3$ в точке $x = 4$ при $\Delta x = 0{,}01$.

2. Найти приближенно значение функции (используя дифференциал) $\mathrm{y} = \mathrm{x}^3 - 2x + 1$ при $x = 2{,}1$.

3. На сколько увеличится объем шара при нагревании, если его радиус изменился с 3см до 3,002см?

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

1. Тема и цель занятия

2. Решение заданий

3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

1. Где применятся дифференциал функции?

2. Запишите формулу для приближенных вычислений с помощью дифференциала.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7

Вычисление определенного интеграла. Применение его для решения практических задач.

1. Цель занятия: продолжить формирование умений и навыков в интегрировании функций известными методами: методом непосредственного интегрирования, интегрирование подстановкой и по частям; показать практическое применение определенного интеграла.

2. Перечень справочной литературы:

2.1. Конспект

2.2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО. - М.: Академия, 2022.

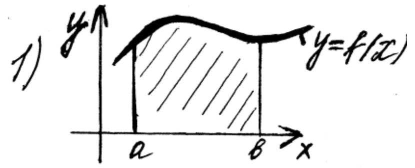
2.3. Башмакова М.И. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО. – М.: Академия, 2022.

3. Краткие теоретические сведения:

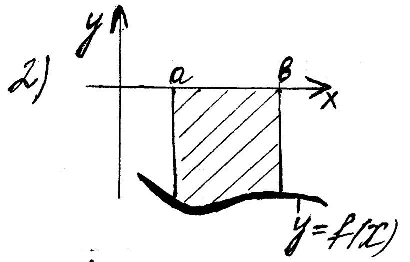
Формула Ньютона – Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx = f(x)\Big|_a^b = f(b) - f(a).$$

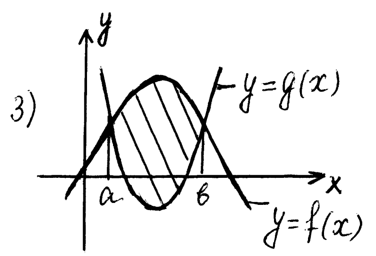
Площадь плоской фигуры:



$$S = \int_a^b f(x)dx$$

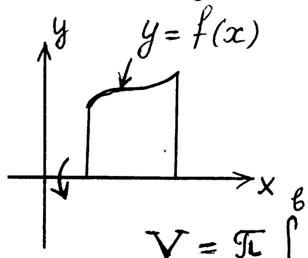


$$S = -\int_a^b f(x)dx$$



$$S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx.$$

Объём тела вращения:



$$V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)dx$$

Нахождение пути по заданной скорости: $S = \int\limits_a^b V(t)dx.$

Вычисление работы переменной силы: $A = \int\limits_a^b F(x)dx.$

Примеры решения задач:

Задание 1.

Вычислить: а) $\int\limits_{-1}^{2} (2x+3)^3 dx = \int\limits_1^7 t^3 \cdot \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^4}{4} \Big|_1^7 = \frac{7^4}{8} - \frac{1}{8} = 300$

$2x + 3 = t$

$2dx = dt$

$dx = \frac{1}{2} dt$

б) $\int\limits_0^{\pi} x \cdot \cos x dx = x \cdot \sin x \Big|_0^{\pi} - \int\limits_0^{\pi} \sin dx = \cos x \Big|_0^{\pi} = \cos \pi - \cos 0 = -1 - 1 = -2$

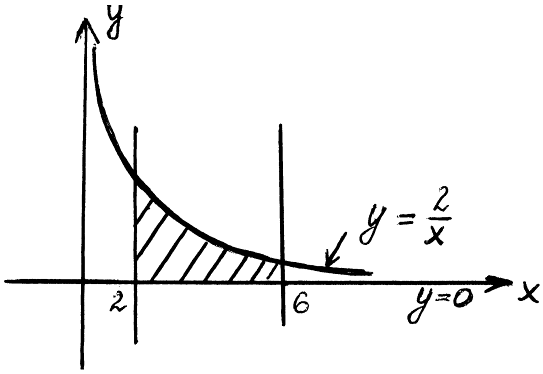
$u = x \qquad du = dx$

$dv = \cos x dx \qquad V = \sin x$

Задание 2.

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{2}{x}$,. $y = 0, \ \ x = 2, \ \ x = 6$.

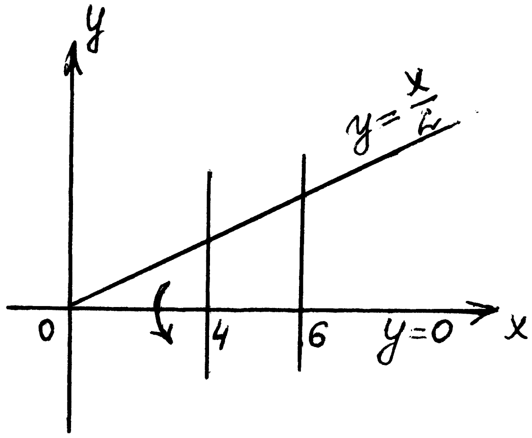
$S = \int\limits_2^6 \frac{2}{x} dx = 2Ln|x| \Big|_2^6 = 2(Ln|6| - Ln|2|) = 2Ln3 \ \ (\text{ед}^2)$.



Задание 3.

Найти объём тела полученного от вращения вокруг оси Ox трапеции, образованной прямыми $y=\frac{x}{2},\ x=4,\ \ x=6,\ \ y=0.$

$$V=\pi\int_4^6\frac{x^2}{4}dx=\pi\frac{x^3}{12}\Bigg|_4^6=\pi\left(\frac{6^3}{12}-\frac{4^3}{12}\right)=\frac{38}{3}\pi \quad \text{ед.}^3$$



Задание 4.

Тело движется со скоростью $V(t)=2t+1 \quad {}^{м}\!/_{сек}$

Найти путь, пройденный телом за первые 10 сек.

$$S=\int_0^{10}(2t+1)dt=t^2+t\Big|_0^{10}=110(\text{м})$$

Задание 5.

Вычислить работу силы F при сжатии пружины на 0,08м, если для её сжатия на 0,01м требуется сила 10Н.

По закону Гука $F=kx,$ где $k=const,\ x-$величина растяжения или сжатия.

$k=\frac{F}{x}=\frac{10H}{0{,}01\text{м}}=1000.$ Следовательно, $F=1000x.$

Тогда $A=\int\limits_0^{0{,}08}1000xdx=1000\cdot\frac{x^2}{2}\Bigg|_0^{0{,}08}=3{,}2(\text{Дж}).$

4. Задания:

Вариант 1

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
$y = 6x^2$, $y = 2x^3$
2. Найти объём тела вращения (вокруг оси Ox).
$y = \frac{4}{x}$, $x = 3$, $x = 12$, $y = 0$.
3. Вычислить путь, пройденный телом.
$V = 3t^2 + 1$,
$t_1 = 0$, $t_2 = 4$

Вариант 2
1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
$y = x^2$, $y = 2x + 8$
2. Найти объём тела вращения (вокруг оси Ox).
$y = 3x$, , $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$.
3. Вычислить путь, пройденный телом.
$V = 2t^2 + t$,
$t_1 = 1$, $t_2 = 3$.

Вариант 3
1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
$y = 4 - x^2$, $y = 0$.
2. Найти объём тела вращения (вокруг оси Ox).
$y = -x + 3$, , $x = 0$, $x = 3$, $y = 0$.
3. Вычислить путь, пройденный телом.
$V = 6t + 4$,
$t_1 = 2$, $t_2 = 3$.

Вариант 4
1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
$y = x^2 - 9$, $y = 0$.
2. Найти объём тела вращения (вокруг оси Ox).
$y = \frac{1}{x}$, , $x = 2$, $x = 3$, $y = 0$.
3. Вычислить путь, пройденный телом.
$V = t^2 - t + 3$,
$t_1 = 0$, $t_2 = 5$.

5. Порядок выполнения работы:
5.1. Изучить краткие теоретические сведения
5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:
6.1. Тема и цель занятия
6.2. Решение заданий
6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

1. Какая формула позволяет вычислять определенный интеграл?
2. Назовите практическое применение определенного интеграла.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 8

Решение практических задач по теме «Координаты и векторы»

1. Цель занятия: закрепить основные формулы по теме «Векторы», показать, как применяется данная тема при решении практических и прикладных задач.

2. Перечень справочной литературы:

2.1. Конспект

2.2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО. - М.: Академия, 2022.

2.3. Башмакова М.И. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО. – М.: Академия, 2022.

3. Краткие теоретические сведения:

Даны точки $A(x_1; y_1; z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$

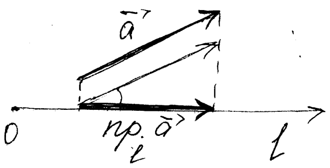
Координаты вектора $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$

Длина вектора $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)}^2$

Для векторов $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1;)$ и $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2;)$ скалярное произведение находится по формуле: $(\vec{a}; \vec{b}) = x_1 \cdot x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$

Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ находится по формуле:

$$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{(x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2)}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2} + z_2^2}$$



Проекция вектора $\vec{a}$ на ось l

пр. $\vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos(\vec{a}; l)$

Примеры решения задач:

Задание 1.

Найти угол А в треугольнике с вершинами А(1;2;-1), В (5;5;11) и С (13;18;20)

Искомый угол – это угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ =(4;3;12) и $\overrightarrow{AC}$ =(12.16,21).

По формуле имеем $\cos\angle A = \dfrac{4\cdot 12 + 3\cdot 16 + 12\cdot 21}{\sqrt{4^2+3^2+12^2}\cdot\sqrt{12^2+16^2+21^2}} = \dfrac{358}{13\cdot 29} = \dfrac{12}{13}$

$\angle A = \arccos\dfrac{12}{13} \approx 23^\circ$

<u>Задание 2.</u>

Проверить, что точки A(2;1;0), B (0;4;-3), C (-2;3;-5) и D(2;-3;-1) являются вершинами трапеции. Найти длины её оснований.

Найдем координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD},$ и $\overrightarrow{AD}$, совпадающих со сторонами четырехугольника:

$\overrightarrow{AB} = (-2;3;-3;)$ $\overrightarrow{BC} = (-2;-1;-2)$

$\overrightarrow{CD} = (4;-6;6)$ $\overrightarrow{AD} = (0;-4;1)$

Координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ пропорциональны $\left(\dfrac{-2}{4} = \dfrac{-3}{6} = \dfrac{-3}{6}\right)$, следовательно, это векторы коллинеарны, т.е. прямые AB и CD параллельны.

Координаты векторов $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AD}$ не пропорциональны $\left(\dfrac{0}{-2} \neq \dfrac{-1}{4} \neq \dfrac{1}{-2}\right)$, следовательно векторы $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AD}$ не коллинеарны, поэтому прямые $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AD}$ не параллельны. Таким образом, четырёхугольник ABCD – трапеция, основаниями которой служат AB и CD. Найдем их длины.

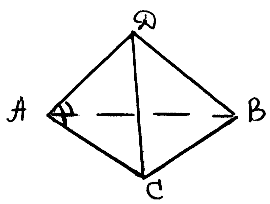
$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + (-3)^2} = \sqrt{22}.$

$\left|\overrightarrow{CD}\right| = \sqrt{4^2 + (-6)^2 + 6^2} = 2\sqrt{22}.$

<u>Задание 3.</u> Дана треугольная пирамида ABCD и $|AB| = |AC|$, $\angle DAB = \angle DAC$. Доказать, что $AD \perp BC$.

$AD \perp BC$ если $\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{BC} = 0$.

Найдем скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{BC}$:



$\overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}\,.\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) = \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}\cdot\cos$ $\angle DAC - \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}\cos\angle DAB = 0$ (т.к. $\left|\overrightarrow{AC}\right| = \left|\overrightarrow{AB}\right|$ и $\angle DAC = \angle DAB$.

<u>Задание 4.</u>

Найти работу силы $\vec{F}$ на перемещение $\vec{S}$, если $\left|\vec{F}\right| = 3$, $\left|\vec{S}\right| = 8$, $\left(\vec{F};^\wedge \vec{S}\right) = 60^\circ$.

Работа вычисляется по формуле $A = \overrightarrow{F\cdot S}.$

$A = \left|\vec{F}\right|\cdot\vec{S}\cdot\cos\left(\overrightarrow{F;S}\right)$. Имеем $A = 3\cdot 8\cdot\cos 60^\circ = 12$ (ед. работы)

Задание 5.

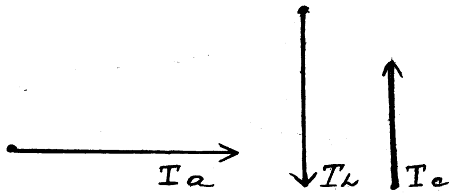
(Из дисциплины «Электротехника», тема «Переменный ток»).

Даны вектора токов:

$I_a = 20A$ (активный ток)

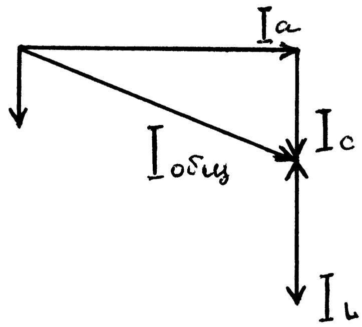
$I_L = 50A$ (индуктивный ток)

$I_c = 30A$ (ёмкостный ток)



Найти общий ток

I общ.



4. Задания:

Вариант 1

1. В треугольнике ABC: $A\,(3;4)$, $B\,(-2;-1)$, $C\,(0;5)$. Найти периметр ΔABC, длину медианы AM, угол A.
2. Вычислить работу, совершаемую силой $F = (1;2;3)$, при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $A(1;0;0)$ в положение $B(10;1;2)$.

Вариант 2

1. В треугольнике ABC: $A\,(-4;6)$, $B\,(2;7)$, $C\,(0;3)$. Найти периметр ΔABC, длину медианы AM, угол B.
2. Вычислить работу, совершаемую силой $F = (2;3;5)$, при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $A(2;0;1)$ в положение $B(5;7;9)$.

Вариант 3

1. В треугольнике ABC: $A\,(3;-3)$, $B\,(7;0)$, $C\,(-4;5)$. Найти периметр ΔABC, длину медианы AM, угол A.

2. Вычислить работу, совершаемую силой $F=(2;6;1)$, при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $A(3;6;2)$ в положение $B(2;3;5)$.

Вариант 4

1. В треугольнике ABC: $A(-5;2)$, $B(4;4)$, $C(2;6)$. Найти периметр ΔABC, длину медианы AM, угол B.
2. Вычислить работу, совершаемую силой $F=(7;0;1)$, при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $A(2;1;1)$ в положение $B(5;8;9)$.

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

1. В каких дисциплинах применяется тема «Векторы»?
2. Запишите формулу нахождения проекции вектора на ось.

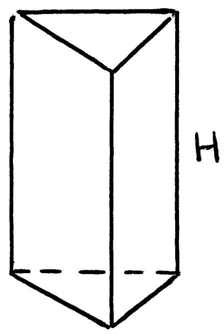
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 9

Решение задач по теме «Многогранники»

1. Цель занятия: закрепить формулы, отработать навык, решения задач по данной теме.

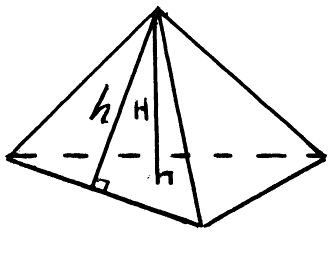
2. Перечень справочной литературы:
2.1. Конспект
2.2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО. - М.: Академия, 2022.
2.3. Башмакова М.И. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО. – М.: Академия, 2022.
2.4. Методическое пособие по теме «Стереометрия» Кузнецова Е.О., Сельцина Н.В.

3. Краткие теоретические сведения:
а) Призма.



$$S\text{бок} = \text{Р}\text{осн} \cdot \text{H}$$
$$\text{S пол} = S\text{бок} + 2 \cdot S\text{осн}$$
$$\text{V} = \text{S осн} \cdot H$$

б) Пирамида.



$$S\text{пол} = \text{S осн} + S\text{ бок.}$$
$$S\text{ бок}=\frac{1}{2}\text{Р}\mathit{осн} \cdot h \text{ (для правильной)}$$
$$V = \frac{1}{3} \cdot S\text{ осн } \cdot H$$

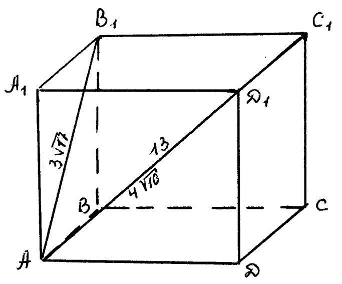
Примеры решения задач:

<u>Задание 1.</u>

Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 13 см, а диагонали его боковых граней равны $4\sqrt{10}см$ и $3\sqrt{17}см$. Найти объём параллелепипеда.

$AC_1 = 13см,\ AD_1 = 4\sqrt{10}см,\ AB_1 = 3\sqrt{17}см.$

$V = S$ осн $\cdot\ AA_1$



Из $\Delta AB_1C_1: B_1C_1 = \sqrt{13^2 - \left(3\sqrt{17}\right)^2} = 4(см)$

Из $\Delta AD_1C_1: D_1C_1 = \sqrt{13^2 - \left(4\sqrt{10}\right)^2} = 3(см)$

S осн $= 4 \cdot 3 = 12\left(см^2\right)$.

$D_1C_1 = A_1B_1$ (противоположные стороны прямоугольника)

Из $\Delta AA_1B_1: AA_1 = \sqrt{\left(3\sqrt{17}\right)^2 - 3^2} = 12(см)$

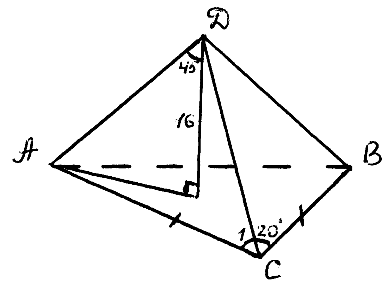
$V = 12 \cdot 12 = 144\left(см^3\right)$.

<u>Задание 2.</u>

Основанием пирамиды является равнобедренный треугольник с углом 120°. Боковые ребра образуют с её высотой, равной $16ед$, углы в 45°. Найти площадь основания пирамиды.

$AD = BD = CD$ (из равенства прямоугольных треугольников $\Delta ADO, \Delta BDO, \Delta CDO$).

Значит высота пирамиды проходит через центр окружности, описанной около основания. Из $\Delta ADO: AO = 16$(т.к. AO = OD). Радиус описанной окружности $R = 16$.

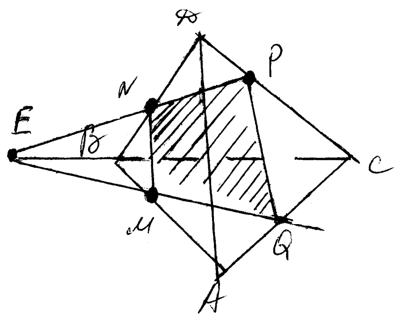


Рассмотрим $\Delta ABC : \angle A = \angle B = 30^\circ$. Применяя для ΔABC теорему синусов, получим $\frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{BC}{\sin 30^\circ} = \frac{AB}{\sin 120^\circ} = 2R = 32$. От куда $AC = 16, BC = 16, AB = 16\sqrt{3}.$ По формуле $S_\Delta = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$ находим:

S осн $= \frac{16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot 16} = 64\sqrt{3}$ $\left(\text{ед}^2\right)$.

Задание 3.

На ребрах AB, BD и CD тетраэдра $ABCD$ отмечены точки M, N, P. Построить сечение тетраэдра плоскостью M, N, P.



Точка M – общая точка этих плоскостей. Для построения ещё одной общей точки продолжим отрезки NP и BC до их пересечения в точке E. Следовательно, плоскости MNP и ABC пересекаются по прямой ME. Прямая ME пересекает ребро AC в точке Q. Четырехугольник $NPQM$ – искомое сечение.

4. Задания:

Вариант 1

1. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 3см и 4см. Диагональ параллелепипеда составляет с боковым ребром углом 60°. Найти площадь полной поверхности и объём параллелепипеда.
2. сторона основания правильной 4-угольной пирамиды равна 8см, боковое ребро 5см. найти площадь полной поверхности и объём.

Вариант 2

1. В основании треугольной призмы прямоугольный треугольник с катетами 6см и 8см. Площадь наибольшей боковой грани равна 120 см^2. Найти площадь полной поверхности и объём призмы.
2. Высота правильной треугольной пирамиды 4см, двугранный угол при основании равен 30°. Найти площадь полной поверхности и объём.

Вариант 3

1. В основании прямого параллелепипеда лежит параллелограмм со сторонами 1см и 4см и углом 60° между ними. Большая диагональ параллелепипеда равна 5см. Найти площадь поверхности и объём.
2. В правильной треугольной пирамиде апофема равна 6см и наклонена к плоскости основания под углом 60°. Найти площадь поверхности и объём пирамиды.

Вариант 4

1. стороны основания прямого параллелепипеда равны 3см и 6см, угол между ними 30°. Большая диагональ параллелепипеда наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найти площадь полной поверхности и объём.
2. Боковое ребро в правильной треугольной пирамиде равно 8см и наклонено к плоскости основания под углом 30°. Найти площадь поверхности и объём.

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

1. Какая фигура называется тетраэдром?
2. Запишите формулы для вычисления площади поверхности и объёма куба.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 10

Вычисление площади поверхности и объёма тел вращения

1. Цель занятия: закрепить формулы для вычисления площади поверхности и объёма тел вращения.

2. Перечень справочной литературы:

2.1. Конспект

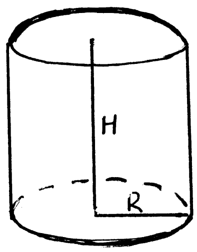
2.2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО. - М.: Академия, 2022.

2.3. Башмакова М.И. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО. – М.: Академия, 2022.

2.4. Методическое пособие по математике. Тема «Стереометрия». Ростов-на-Дону, Кузнецова Е.О., Сельцина Н.В.

3. Краткие теоретические сведения:

1. Цилиндр.

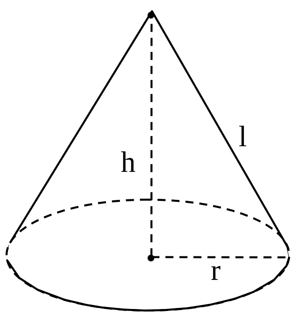


S бок $= 2\pi RH$, S осн $= \pi \mathrm{R}^2$.

S пов $= S$ бок $+ 2S$ осн.

$V = S$ осн $\cdot H$

2. Конус.

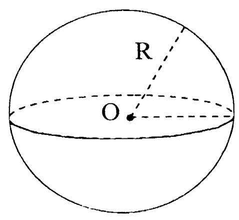


S бок $= \pi$чl, S осн $= \pi$ч^2.

S пов $= S$ бок $+ S$ осн.

$V = \frac{1}{3} S$ осн $\cdot h$

3. Шар.



$$S_{\text{пов}} = 4\pi R^2 \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

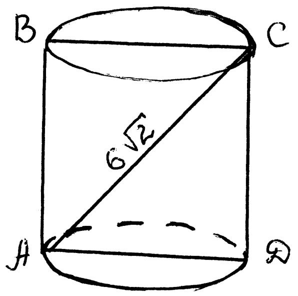
Примеры решения задач:

Задание 1.

Осевое сечение цилиндра-квадрат диагональ, которого равна $6\sqrt{2}$см.. Найти площадь полной поверхности и объём цилиндра.

$S_{\text{пов}} = 2\pi RH \ + 2\pi R^2,\ V = \pi R^2 H.\ AD = DC, \angle CAD = 45^\circ.\ \sin 45^\circ \ \frac{CD}{6\sqrt{2}},\ CD = 6\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6$

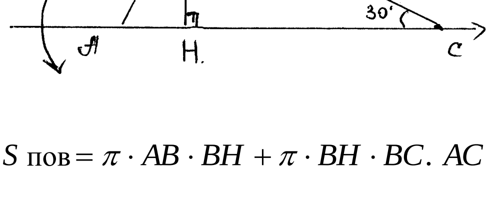
$H = 6$см, $R = 3$см. $S_{\text{пов}} = 2\pi \cdot 3 \cdot 6 + 2\pi \cdot 9 = 54\pi$см^2, $V = 9 \cdot 6\pi = 54\pi$см^3



Задание 2.

Прямоугольный треугольник с катетом a и противолежащим ему углом 30° вращается вокруг гипотенузы. найти площадь поверхности полученной фигуры вращения.

Опустим высоту BH. Прямоугольные треугольники ABH и BHC при вращении образуют конические поверхности.



$S_{\text{пов}} = \pi \cdot AB \cdot BH + \pi \cdot BH \cdot BC.\ AC = 2a, BC = a\sqrt{3},\ BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

$$S_{\text{пов}} = \pi \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} + \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2} + \frac{3a^2\pi}{2} \text{ ед}^2.$$

Задание 3.

Сколько кожи пойдет на покрышку футбольного мяча радиусом 10см (на швы добавить 8% от площади поверхности мяча).

$S_{\text{пов}} = 4\pi R^2$

$S_{\text{пов}} = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 = 1256\,(\text{см}^2)$

$1256 : 100\% \cdot 8\% = 100{,}48(\text{см}^2)$ - швы

$1256 + 100{,}48 = 135{,}48(\text{см}^2)$

4. Задания:

Вариант 1

1. Найти площадь поверхности конуса, если угол между образующей и плоскостью основания равен 60°, а площадь основания равна $16\pi\text{см}^2$.
2. Осевое сечение цилиндра - квадрат, диагональ которого равна 4дм. Найти объём цилиндра.

Вариант 2

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 10см и образует с высотой цилиндра угол 30°. Найти площадь полной поверхности цилиндра.
2. Площадь основания конуса $9\pi\text{см}^2$, угол между высотой конуса и образующей равен 60°. Найти объём конуса.

Вариант 3

1. Высота конуса равна 2дм, угол при вершине его осевого сечения 120°. Найти площадь полной поверхности конуса.
2. Осевое сечение цилиндра – квадрат, периметр которого равен 32см. Найти объём цилиндра.

Вариант 4

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 8см и наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найти площадь полной поверхности цилиндра.
2. Длина образующей конуса равна $3\sqrt{3}$, а длина окружности основания равна $2\sqrt{2^1}\pi$. Найти объём конуса.

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

1. Что представляет собой осевое сечение цилиндра, конуса, шара?
2. Результат вращения, каких фигур есть цилиндр, конус, шар?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 11

Решение практических задач по теории вероятностей

1. Цель занятия: отработать навык решения задач по данной теме.

2. Перечень справочной литературы:

2.1. Конспект

2.2. Башмаков М.И. Математика: учебник для студентов учреждений СПО. - М.: Академия, 2022.

2.3. Башмакова М.И. Задачник: учебное пособие для студентов учреждений СПО. – М.: Академия, 2022.

3. Краткие теоретические сведения:

1. Элементы комбинаторики.

Размещения – упорядоченные выборки k элементов из n $(k \le n)$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Перестановки – выборки, которые отличаются только порядком расположения элементов.

$$\mathrm{P}_n = n! \ \left(\mathrm{P}_n = A_r^n\right)$$

Сочетания – неупорядоченные выборки k элементов из n элементов $(k \le n)$. $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ или $C_n^k = \dfrac{n(n-1)...(n-k+1)}{k!}$

Бином Ньютона: $(a+b)^n = C_n^o a^n b^o + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} \cdot b^2 + ... + C_n^n a^o b^n$, где C_n^k – биноминальные коэффициенты.

2. Элементы теории вероятности.

Пусть A – событие, его вероятность, $\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \dfrac{m}{n}$, где m – число исходов благоприятствующих событию A, n – число всех исходов.

Если A и B несовместные события, то:

$$\mathrm{P}(A+B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$$

$$\mathrm{P}(A \cdot B) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B)$$

Если A и B – произвольные события, то:

$$\mathrm{P}(A+B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(AB)$$

$$\mathrm{P}(A \cdot B) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B \setminus A) = \mathrm{P}(B) \cdot \mathrm{P}(A / B)$$

Примеры решения задач:

Задание 1.

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{C_x^y}{C_x^2} = \dfrac{C_x^{y+2}}{66} \end{cases}$$

1) $C_x^2 = 66$,

$\dfrac{x \cdot (x-1)}{2!} = 66$

$x^2 - x = 132$

$x^2 - x - 132 = 0$

$x_1 = 12$

$x_2 = -11 -$ посторонний корень

т.к. $x \rangle 2$.

2) используя формулу ($C_n^k = C_n^{n-k}$)

$C_{12}^{12-y} = C_{12}^{y+2}$, откуда

$12 - y = y + 2,$

$y = 5$

Ответ: $x = 12, y = 5$

Задание 2.

Решить уравнение $A_{n-2}^3 = 4A_{n-3}^2$

$\dfrac{(n-2)!}{(n-5)!} = 4 \cdot \dfrac{(n-3)!}{(n-5)!}$ откуда $n - 2 = 4,\ n = 6.$

Задание 3.

В урне 12 белых и 8 черных шаров. Вынимают на удачу два шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

$C_{20}^2 = \dfrac{20!}{18!2!} = \dfrac{19 \cdot 20}{2} = 190 -$ число возможных случаев сочетаний по два.

$C_8^2 = \dfrac{8!}{6!2!} = \dfrac{7 \cdot 8}{2} = 28 -$ число возможных случаев появления двух черных шаров.

$\mathrm{P} = \dfrac{28}{190} = \dfrac{14}{95} = 0{,}147 -$ вероятность появления двух черных шаров.

Задание 4.

У продавца имеется 10 красных, 8 синих, 5 зеленых и 15 желтых шаров. Вычислить вероятность того, что купленный шар окажется красным, синим или зеленым.

Пусть событие $A -$ купленный шар красный

событие $B -$ купленный шар синий

событие $C -$ купленный шар зеленый.

$\mathrm{P}(A) = \dfrac{10}{38}, \mathrm{P}(B) = \dfrac{8}{38}, \mathrm{P}(C)\dfrac{5}{38}.$

Так как события A, B, C несовместны, то

$\mathrm{P}(A+B+C) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) + \mathrm{P}(C) = \dfrac{10}{38} + \dfrac{8}{38} + \dfrac{5}{38} = \dfrac{23}{38} \approx 0{,}605.$

Задание 5.

В первой урне находятся 6 черных и 4 белых шара, во второй 5 черных и 7 белых шаров. Из каждой урны извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся белыми?

Пусть событие A – из 1-ой урны извлечен белый шар, событие B – из 2-ой урны извлечен белый шар. Очевидно, события А и В независимы.

$$\mathrm{P}(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5},\ \mathrm{P}(B)=\frac{7}{12}.$$

$$\mathrm{P}(AB)=P(A)\cdot \mathrm{P}(B)=\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{12}=\frac{14}{60}=\frac{7}{30}.$$

4. Задания:

Вариант 1

1. Вычислить: $A_{10}^{4}, C_{15}^{13}, A_{7}^{3}+A_{6}^{3}+A_{5}^{3}$.
2. Решить уравнение: $C_{\text{x}}^{2}=153$
3. В урне 7 белых и 5 черных шаров. Найти вероятность того, что

а) наудачу вынутый шар окажется черным;

б) два наудачу вынутых шара окажутся черными.

4. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, а в другой 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба окажутся белыми

Вариант 2

1. Вычислить: $A_{5}^{8}, C_{12}^{9}, A_{5}^{2}\cdot A_{4}^{2}\cdot A_{3}^{2}$.
2. Решить уравнение: $C_{\text{x}}^{2}-2=21$
3. В урне 9 синих и 13 зеленых шаров. Найти вероятность того, что

а) наудачу вынутый шар окажется зеленым;

б) два наудачу вынутых шара окажутся зелеными;

4. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, а в другой 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба окажутся черными.

Вариант 3

1. Вычислить: $A_{12}^{5}, C_{8}^{3}, C_{6}^{4}+C_{5}^{0}$.
2. Решить уравнение: $A_{2\text{x}}^{3}=14\cdot A_{x}^{3}$
3. В урне 8 красных и 10 синих шаров. Найти вероятность того, что

а) наудачу вынутый шар окажется синим;

б) два наудачу вынутых шара окажутся синими;

4. В одной урне находятся 5 белых и 4 черных шаров, а в другой 6 белых и 8 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба окажутся белыми.

Вариант 4

1. Вычислить: $A_{10}^{3}, C_{12}^{8}, \dfrac{A_{6}^{5}+A_{6}^{4}}{A_{6}^{3}}$

2. Решить уравнение: $A_x^3 = 12x$

3. В урне 7 белых и 9 черных шаров. Найти вероятность того, что

а) наудачу вынутый шар окажется белым;

б) два наудачу вынутых шара окажутся белыми;

4. В одной урне находятся 5 белых и 4 черных шаров, а в другой 6 белых и 8 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба окажутся черными.

5. Порядок выполнения работы:

5.1. Изучить краткие теоретические сведения

5.2. Решить задания своего варианта

6. Содержание отчета:

6.1. Тема и цель занятия

6.2. Решение заданий

6.3. Ответы на контрольные вопросы

7. Контрольные вопросы:

1. Чему равна вероятность достоверного события?
2. Чему равна вероятность невозможного события?